

ریاضی و آمار دهم ، مفهوم تابع - ۲ سوال -

۱- اگر دو زوج مرتب $(1, a^2 + b^2)$ و $(a - b, 9 - 2ab)$ با هم برابر باشند، کمترین مقدار $2a + 2b$ کدام است؟

(۲) -۵

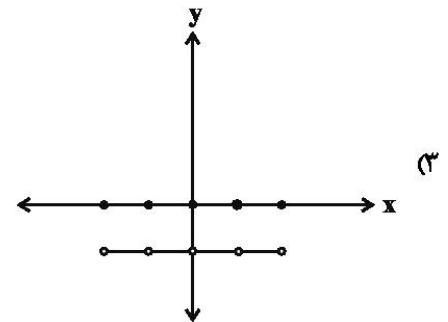
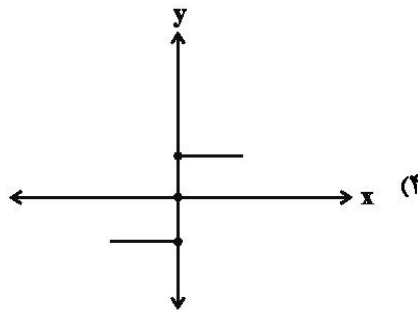
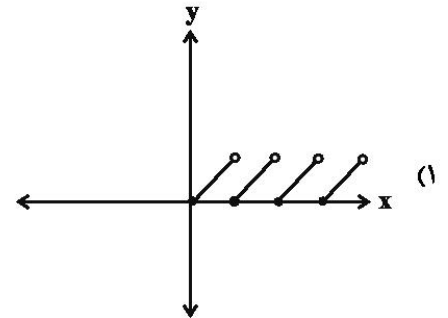
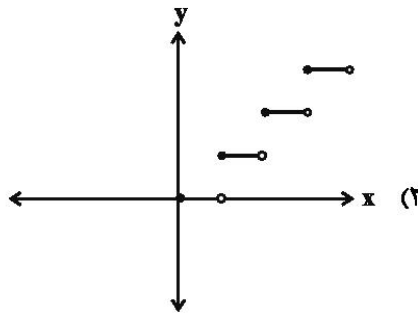
(۱) ۷

(۴) -۹

(۳) -۸

آزمون ۲۲ دی

۲- کدام نمودار، نمایش یک تابع نیست؟



آزمون ۲۲ دی

ریاضی و آمار دهم ، ضابطه ی جبری تابع - ۵ سوال -

۳- تابع f ، به هر عدد حقیقی بزرگتر از صفر، مجموع مجذور و دو برابر جذر آن عدد را نسبت می‌دهد، مقدار $f(4)$ کدام است؟

(۲) ۲۰

(۱) ۳۴

(۴) ۸

(۳) ۱۶

آزمون ۲۲ دی

۴- اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 6}$ باشد، در این صورت مقدار $f(1 - \sqrt{3})$ کدام است؟

۲ (۲)

۴ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۵- اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = x^2 - 4$ باشد و داشته باشیم: $f(2a) = 27 + f(a)$ ، آن گاه حاصل $f\left(\frac{a}{3}\right)$ کدام است؟

-۳ (۲)

۳ (۱)

-۵ (۴)

۵ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۶- اگر $f(2x - 3) = x^2 - x + 5$ باشد، حاصل $f(1) - f(-3)$ برابر کدام گزینه است؟

-۱۰ (۲)

-۱۲ (۱)

۲ (۴)

۱۲ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۷- اگر برد تابع $f: \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ به صورت $R_f = \{3\}$ باشد، حاصل $a + 2b$ کدام است؟
 $f(x) = ax^2 + bx$

۵ (۲)

$3/5$ (۱)

$8/5$ (۴)

$7/5$ (۳)

آزمون ۲۲ دی

ریاضی و آمار دهم، نمودار تابع خطی - ۳ سوال -

۸- خطی که از نقطه $M(-2, 3)$ گذشته و با خط $2x + y = 5$ موازی باشد، محور طول‌ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۵ (۲)

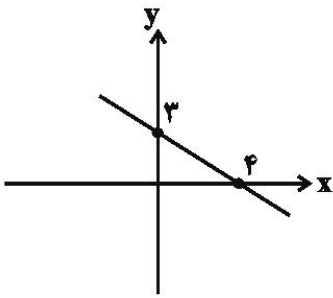
-۵ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۹- در شکل مقابل، نمودار تابع f رسم شده است. ضابطه f کدام است؟



$$f(x) = \frac{-4}{3}x + 3 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{-3}{4}x + 4 \quad (3)$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 3 \quad (4)$$

آزمون ۲۲ دی

۱۰- اگر در تابع خطی $f(x) = \left(\frac{a}{2} - b\right)x^2 + abx - b$ ، $f(1) = 5$ باشد، حاصل $f(a+b)$ کدام است؟

-۱۹ (۲)

-۱۴ (۱)

۱۹ (۴)

۱۴ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۱- گزینه «۳»

(نریمان فتح‌العی)

نکته: اگر دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) با هم برابر باشند، داریم:

$$a = c \text{ و } b = d$$

باید مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابر

باشند:

$$(a - b, 9 - 2ab) = (1, a^2 + b^2)$$

$$a - b = 1 \quad (I)$$

$$a^2 + b^2 = 9 - 2ab \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9 \Rightarrow (a + b)^2 = 9 \rightarrow a + b = \pm 3 \quad (II)$$

از (I) و (II) داریم:

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1 \rightarrow 2a + 2b = 7$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = -2 \Rightarrow 2a + 2b = -8$$

بنابراین کم‌ترین مقدار $2a + 2b$ برابر -8 است.

(مغوب ۳ تابع، صفحه ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

۲- گزینه «۴»

(سیر نزاع)

در گزینه «۴»، در نقطه $x=0$ ، اگر خط عمودی رسم کنیم، نمودار را در سه نقطه قطع می‌کند، بنابراین تابع نیست.

(مفهوم تابع، صفحه ۴۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

۳- گزینه «۲»

(سیر نزاع)

ابتدا عبارت کلامی را به زبان ریاضی تبدیل می‌کنیم:

$$f(x) = 2\sqrt{x} + x^2$$

سپس $x=4$ را در تابع جایگذاری می‌کنیم:

$$f(4) = 2\sqrt{4} + (4)^2 = 4 + 16 = 20$$

(ضابطه جبری تابع، صفحه ۵۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

۴- گزینه «۲»

(موری اسفندیاری)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{-(1-\sqrt{3})^2 + 2(1-\sqrt{3}) + 6} = \sqrt{-(1+3-2\sqrt{3}) + 2 - 2\sqrt{3} + 6} \\ &= \sqrt{-4 + 2\sqrt{3} + 8 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

(ضابطه جبری تابع، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

۵- گزینه «۲»

(زانیار مسمری)

$$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 4$$

$$f(2a) = (2a)^2 - 4$$

$$f(2a) = 27 + f(a) \Rightarrow 2a^2 - 4 = 27 + a^2 - 4 \Rightarrow 2a^2 = 27$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$I) a = 3 \Rightarrow f\left(\frac{a}{3}\right) = f\left(\frac{3}{3}\right) = 1 - 4 = -3$$

$$II) a = -3 \Rightarrow f\left(\frac{a}{3}\right) = f\left(\frac{-3}{3}\right) = 1 - 4 = -3$$

(ضابطه چیری تابع، صفحه ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

۶- گزینه «۴»

(زانیار مسمری)

$$f(2x-3) = x^2 - x + 5$$

$$2x-3=1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow f(2 \times 2 - 3) = 2^2 - (2) + 5 = 7 \Rightarrow f(1) = 7$$

$$2x-3=-3 \Rightarrow x=0 \Rightarrow f((2 \times 0) - 3) = (0)^2 - 0 + 5 = 5 \Rightarrow f(-3) = 5$$

$$f(1) - f(-3) = 7 - 5 = 2$$

(ضابطه چیری تابع، صفحه ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به دامنه و برد تابع f داریم:

$$D_f = \{1, 2\}, R_f = \{3\}$$

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + 2b = 3 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} -2a - 2b = -6 \\ 2a + 2b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{a+b=3} b = \frac{9}{2}$$

بنابراین حاصل $a + 2b$ برابر است با:

$$a + 2b = -\frac{3}{2} + 2\left(\frac{9}{2}\right) = 7/5$$

(ضابطهٔ جبری تابع، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۲۲ دی

$$2x + y = 5 \Rightarrow y = -2x + 5 \Rightarrow \text{شیب خط } a = -2$$

چون خط مورد نظر باید با خط $2x + y = 5$ موازی باشد، پس شیب آن‌ها

برابر است، یعنی شیب خط باید -2 باشد:

$$y = ax + b \Rightarrow y = -2x + b$$

$$\xrightarrow{M(-2, 2)} 2 = -2(-2) + b \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow y = -2x - 1 \xrightarrow{\text{محل برخورد با محور طول ها}} \begin{matrix} y=0 \\ \Rightarrow -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{-2} \end{matrix}$$

(نمودار تابع قطعی، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

 آزمون ۲۲ دی

نقاط $(0, 3)$ و $(4, 0)$ روی نمودار است، همچنین با توجه به نمودار، واضح

است که عرض از مبدأ، $y = 3$ می‌باشد، بنابراین کافی است شیب خط را

به دست آوریم:

$$a = \frac{0 - 3}{+4 - 0} = \frac{-3}{4}$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \frac{-3}{4}x + 3$ است.

(نمودار تابع قطعی، صفحه ۵۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

می‌دانیم ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است، بنابراین باید

ضریب x^2 برابر صفر باشد:

$$f(x) = \left(\frac{f}{a} - b\right)x^2 + abx - b$$

$$\frac{f}{a} - b = 0 \Rightarrow \frac{f}{a} = b \Rightarrow ab = f \rightarrow f(x) = fx - b$$

$$f(1) = 5 \rightarrow f(1) - b = 5 \Rightarrow b = -1 \xrightarrow{ab=f} a = -f$$

پس ضابطه تابع f به صورت $f(x) = 4x + 1$ است.

$$a + b = -4 - 1 = -5 \Rightarrow f(a + b) = f(-5) = 4(-5) + 1 = -19$$

(نمودار تابع قطعی، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱