

ریاضی و آمار دوازدهم ، **شمارش** - ۸ سوال -

۵- اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را روی پنج کارت مختلف نوشته‌ایم. به چند طریق می‌توان سه کارت دلخواه به ترتیب انتخاب کرد و یک عدد سه رقمی زوج ساخت؟ (کارت اول یکان، کارت دوم صدگان و کارت سوم دهگان است).

۱۲ (۴)

۶۰ (۳)

۳۰ (۲)

۳۶ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۶- در یک جعبه ۷ مهره بنفش و ۱۱ مهره نارنجی داریم، اگر بتوانیم از این جعبه به ۱۲۰ طریق ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، در چند حالت هر ۳ مهره هم‌رنگ هستند؟

۳۸ (۴)

۳۷ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۷- در چند جایگشت از حروف کلمه « KHANWORK » عبارت « KHANE » دیده می‌شود اما عبارت « WO » دیده نمی‌شود؟

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۸۶ (۲)

۱۲۴ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۸- یک مجموعه ۱۰ عضوی، چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

۹۶۹ (۴)

۹۶۸ (۳)

$2^{10} - \binom{10}{3}$ (۲)

$\binom{10}{3}$ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۹- ۶ توریست به چند طریق می‌توانند به ۴ کشور سفر کنند به طوری که به هر کشور، حداقل یک توریست سفر کند؟

۲۱۶۰ (۴)

۱۵۶۰ (۳)

۱۰۸۰ (۲)

۴۸۰ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۱- از شهر A تا شهر B، ۵ راه و از شهر B تا شهر C، ۴ راه و از شهر C تا شهر D، ۳ راه مطابق شکل

وجود دارد، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و برگشت به طوری که از هر مسیر حداکثر یکبار و از



شهرهای B و C یکبار در مسیر رفت و یکبار در مسیر برگشت عبور کنیم؟

۷۲۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۴۴۰ (۴)

۱۰۸۰ (۳)

آزمون ۲۲ دی

۲- می‌خواهیم از بین ۴ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب ادبیات متفاوت، ۵ کتاب به طوری که تعداد کتاب‌های ریاضی بیش‌تر از کتاب‌های ادبیات باشد، انتخاب

کنیم و آن‌ها را در یک قفسه طوری بچینیم به طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های ادبیات کنار هم باشند. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱۸۲۲ (۴)

۱۷۲۸ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۴۴۰ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۳- دانش‌آموزی برای پاسخ به سؤالات یک امتحان شامل ۱۰ سؤال چهارگزینه‌ای و ۵ سؤال ۲ گزینه‌ای، چند پاسخ‌نامه مختلف می‌تواند داشته باشد به طوری

که فقط مجبور باشد حتماً به سؤالات ۲ گزینه‌ای پاسخ دهد؟

۲۵^{۱۰} (۴)

۲۵^۵ (۳)

۵۰^۵ (۲)

۲۰^۵ (۱)

آزمون ۲۲ دی

ریاضی و آمار دوازدهم، احتمال - ۶ سوال -

۴- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، اگر مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر از ۹ بود، تاس دیگری را پرتاب می‌کنیم و اگر مجموع دو عدد ظاهر شده عددی

یک رقمی بود، یک سکه را پرتاب می‌کنیم، فضای نمونه این پدیده تصادفی چند عضو دارد؟

۹۶ (۴)

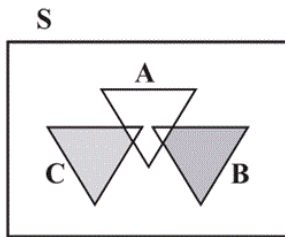
۲۸۶ (۳)

۷۲ (۲)

۲۱۶ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۱۰- اگر A, B, C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، کدام گزینه نمایش ناحیه رنگی نمی‌تواند باشد؟



(۲) $(C - A) \cup (B - A)$

(۱) $A \cap (B \cup C)$

(۴) $(B \cup C) \cap A'$

(۳) $(B \cup C) - A$

آزمون ۲۲ دی

۱۱- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ همه اعداد سه رقمی با ارقام متمایز را ساخته‌ایم، سپس به تصادف یکی را انتخاب می‌کنیم، احتمال آن که عدد

انتخاب شده زوج و بزرگ‌تر از ۴۰۰ باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{3}{25}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{4}{25}$

(۱) $\frac{1}{5}$

آزمون ۲۲ دی

۱۲- بر روی هر یک از دو خط موازی D و D' چهار نقطه وجود دارد، ۳ نقطه از بین آن‌ها به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که با این نقاط بتوان یک

مثلث ساخت کدام است؟

(۴) $\frac{3}{11}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{6}{7}$

(۱) $\frac{5}{7}$

آزمون ۲۲ دی

۱۳- برای انجام مسابقه‌ای، ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده‌اند، اگر به‌طور تصادفی ۴ نفر از بین آن‌ها انتخاب شوند، با کدام احتمال

تعداد افراد انتخابی از دو گروه متفاوت‌اند؟

(۴) $\frac{5}{7}$

(۳) $\frac{4}{7}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۱) $\frac{5}{14}$

آزمون ۲۲ دی

۱۵- در پرتاب دو تاس، احتمال این که مجموع دو تاس عددی اول و فرد باشد، کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{7}{18}$ (۳)

$\frac{1}{36}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

آزمون ۲۲ دی

ریاضی و آمار دوازدهم، چرخه ی آمار در حل مسائل - ۲ سوال -

۱۴- چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

الف) بیشتر شدن پراکندگی متغیر مورد بررسی تأثیری در اندازه نمونه انتخابی نمی گذارد.

ب) برای توصیف داده های کمی، بیان شاخص های پراکندگی کافیست.

ج) بعد از تحلیل داده ها می توانیم با قطعیت نتایج را به کل جامعه های آماری تعمیم دهیم.

د) در گام «طرح و برنامه ریزی» سعی می کنیم اطلاعات کیفی را تا حد ممکن به اطلاعات عددی تبدیل کنیم.

۱ (۴)

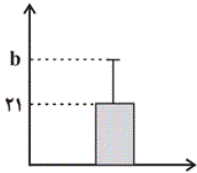
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۱۷- اگر نمودار زیر مربوط به داده های ۲۴ و ۲۰ و a و ۱۸ و ۲۱ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟



-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

آزمون ۲۲ دی

ریاضی و آمار دوازدهم، مدل سازی و دنباله - ۴ سوال -

۱۸- در دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 4$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n - n^2$ ، جمله هفتم کدام است؟

۹۸ (۴)

۵۶۳ (۳)

۵۷۳ (۲)

۲۰۶ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۱۹- مجموع ۱۷۰ جمله اول دنباله $A_n = \left[\frac{5n+1}{3n+1} \right]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۲۷۰ (۴)

۲۹۰ (۳)

۱۹۰ (۲)

۱۷۰ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۲۰- در دنباله $a_n = \begin{cases} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n} & , \text{ فرد باشد } 3n-1 \\ (-1)^n \cdot (1-\frac{1}{n}) & , \text{ زوج باشد } 3n-1 \end{cases}$ حاصل جمع «حاصل ضرب جملات دوم تا پنجم» و «حاصل ضرب جملات ششم تا دهم» کدام

است؟

۲ (۴)

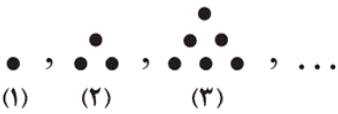
$\frac{11}{10}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{21}{10}$ (۱)

آزمون ۲۲ دی

۱۶- مطابق شکل زیر، مجموع تعداد نقطه‌های شکل پنجم با تعداد نقطه‌های شکل چندم این دنباله، برابر ۴۳ است؟



(۲) هفتم

(۱) هشتم

(۴) چهارم

(۳) ششم

آزمون ۲۲ دی

۵- گزینه «۲»

(سعید عزیزفانی)

اگر بخواهیم عدد سه رقمی حاصل زوج باشد، رقم یکان آن باید ۲ یا ۴ یا صفر باشد، حالا برای رقم صدگان دو حالت داریم:

حالت اول: رقم یکان ۲ یا ۴ باشد و رقم صدگان یکی از سه رقم باقی مانده مخالف صفر است.

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

حالت دوم: رقم یکان صفر باشد رقم صدگان ۴ حالت دارد و رقم دهگان نیز ۳ حالت دارد.

$$4 \times 3 \times 1 = 12$$

در نهایت داریم:

$$18 + 12 = 30 = \text{مجموع تعداد حالت‌ها}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

در جعبه ۷ مهره بنفش و n مهره نارنجی داریم، پس $n+7$ مهره داریم

تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره خارج می‌شود، $\binom{n+7}{3}$ است، پس:

$$\binom{n+7}{3} = 120 \Rightarrow \frac{(n+7)(n+6)(n+5)}{3!} = 120$$

$$\Rightarrow (n+7)(n+6)(n+5) = 720$$

$$\Rightarrow (n+7)(n+6)(n+5) = 10 \times 9 \times 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n+7=10 \Rightarrow n=3 \\ n+6=9 \Rightarrow n=3 \\ n+5=8 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

۳ مهره نارنجی داریم، حال تعداد حالت‌هایی که هر ۳ مهره هم‌رنگ باشند

را به دست می‌آوریم:

$$\binom{3}{3} + \binom{7}{3} = 1 + \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 1 + 35 = 36$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۲ دی

۷- گزینه «۳»

(مهمراهم توزنده بانی)

این سؤال ترکیبی از اصل متمم و جایگشت‌های کنار هم است، به کمک اصل متمم تعداد جایگشت‌هایی که هر دو عبارت **KHANE** و **WO** دیده می‌شوند را از تعداد جایگشت‌هایی که فقط عبارت **KHANE** دیده می‌شود کم می‌کنیم.

تعداد کل حالات شامل **KHANE**:

$$\boxed{\text{KHANE}}, \text{W, O, R, K}$$

$$5! = 120$$

تعداد حالت‌های که هم **KHANE** و هم **WO** دیده می‌شوند (حالات نامطلوب):

$$\boxed{\text{KHANE}}, \boxed{\text{WO}}, \text{R, K} = 4! = 24$$

لذا در نهایت داریم:

$$120 - 24 = 96$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

چون تعداد حالات اصلی زیاد است، پس متمم را به دست می آوریم و از کل حالات کم می کنیم:

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 0 \text{ عضوی} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 1 \text{ عضوی} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 2 \text{ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2! \times 8!} = 45$$

= (تعداد زیرمجموعه‌های دارای حداقل ۳ عضو)

(تعداد زیرمجموعه‌های دارای صفر یا یک یا دو عضو) - (تعداد کل زیرمجموعه‌ها)

$$= 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

مساله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

الف) به یک کشور ۳ توریست سفر کنند و به ۳ کشور باقیمانده، هر کشور، یک توریست سفر کند.

$$\binom{4}{1} \times \binom{6}{3} \times 3! = 480$$

حالت دوم: ۲ توریست همزمان به یک کشور، ۲ توریست دیگر هم همزمان به یک کشور دیگر، از ۲ توریست باقیمانده هم هر کدام به یک کشور از کشورهای بعدی سفر کنند.

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times 2! \times 1 = 1080$$

حال طبق اصل جمع و ضرب و حالت‌های (الف و ب) داریم:

$$\binom{4}{1} \times \binom{6}{3} \times 3! + \binom{4}{2} \times \binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times 2 = 480 + 1080 = 1560$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

برای رفتن از A به B، ۵ حالت و از B به C، ۴ حالت و از C به D، ۳ حالت داریم که طبق اصل ضرب $4 \times 3 \times 5 = 60$ حالت برای رفتن داریم. در مسیر برگشت از هر یک از مسیرهای رفت که آمده باشیم نمی‌توانیم برگردیم، بنابراین برای برگشت از D به C، ۲ حالت و از C به B، ۳ حالت و از B به A، ۴ حالت داریم که طبق اصل ضرب برای برگشت $2 \times 3 \times 4 = 24$ حالت داریم؛ در مجموع برای رفت و برگشت $60 \times 24 = 1440$ حالت داریم.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

۲- گزینه «۳»

(معمد بهیرایی)

ابتدا ۵ کتاب را به طوری که تعداد کتاب‌های ریاضی بیش‌تر باشد، انتخاب می‌کنیم و طبق شرایط مسئله جایگشت می‌دهیم، این کار به دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$۴ = \binom{۴}{۴} \times \binom{۶}{۱} \times ۴! \times ۱! \times ۲!$$

$$= ۱ \times ۶ \times ۲۴ \times ۱ \times ۲ = ۲۸۸$$

یا

$$۳ = \binom{۴}{۳} \times \binom{۶}{۲} \times ۳! \times ۲! \times ۲!$$

$$= ۴ \times ۱۵ \times ۶ \times ۲ \times ۲ = ۱۴۴۰$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} ۲۸۸ + ۱۴۴۰ = ۱۷۲۸$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

۳- گزینه «۲»

(فرشید کریمی)

در پاسخ‌گویی به سؤالات ۴ گزینه‌ای حالتی است که می‌توانند پاسخ هم ندهند:

$$۴ \text{ گزینه‌ای} = ۱۰ \text{ سؤال} = ۵ \times ۵ \times \dots \times ۵ = ۵^{۱۰} = (۵^۲)^۵ = ۲۵^۵$$

$$۲ \text{ گزینه‌ای} = ۵ \text{ سؤال} = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۵$$

$$\text{تعداد کل حالات} = ۲۵^۵ \times ۲^۵ = ۵۰^۵$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

مجموع دو عدد رو شده در ۲ تاس به صورت زیر است.

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

بنابراین در $۱+۲+۳=۶$ حالت مجموع بزرگ‌تر از ۹ می‌شود که تاس

سوم را پرتاب می‌کنیم یعنی $۶ \times ۶ = ۳۶$ حالت به دست می‌آید.

و در $۱+۲+۳+۴+۵+۶+۵+۴=۳۰$ حالت مجموع عددی یک رقمی

می‌شود و یک سکه پرتاب می‌کنیم یعنی $۳۰ \times ۲ = ۶۰$ حالت به دست

می‌آید.

$$\Rightarrow n(S) = ۳۶ + ۶۰ = ۹۶$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

قسمت رنگی شامل عضوهایی است که در C هست ولی در A نیست یا

عضوهایی که در B هست ولی در A نیست. پس نمایش آن به صورت

$$(B \cup C) - A \text{ است که می‌توان آن را به صورت } (C - A) \cup (B - A)$$

نیز نوشت. هم‌چنین داریم:

$$(B \cup C) - A = (B \cup C) \cap A'$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

رقم صدگان صفر نمی‌تواند باشد، رقم دهگان رقم انتخاب شده در صدگان و رقم یکان دو رقم انتخاب شده قبلی نمی‌تواند باشد:

$$n(S) = 5 \times 5 \times 4 = 100$$

برای به دست آوردن $n(A)$ باید تعداد اعداد سه رقمی زوج با ارقام متمایز و بزرگ‌تر از ۴۰۰ را مشخص کنیم:

$$\frac{2}{5 \text{ یا } 4} \times 4 \times \frac{1}{\text{صفر باشد}} = 8$$

یا

$$\frac{1}{5} \times 4 \times \frac{1}{4 \text{ باشد}} = 4$$

یا

$$\frac{2}{5 \text{ یا } 4} \times 4 \times \frac{1}{2 \text{ باشد}} = 8$$

$$\Rightarrow n(A) = 8 + 4 + 8 = 20$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

مطابق شکل، فضای نمونه‌ای تمام حالات انتخاب ۳ نقطه از ۸ نقطه روی دو خط است که تعداد اعضای آن برابر است با:



$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 56$$

برای آن که بتوان با ۳ نقطه یک مثلث ساخت، دو حالت وجود دارد:

حالت اول: ۲ نقطه روی خط D و یک نقطه روی خط D' باشد که در این حالت تعداد مثلث‌ها برابر است با:

$$\binom{4}{2} \times \binom{4}{1} = 24$$

حالت دوم: ۲ نقطه روی خط D' و یک نقطه روی خط D باشد که در این حالت تعداد مثلث‌ها برابر است با:

$$\binom{4}{2} \times \binom{4}{1} = 24$$

اگر A پیشامد مطلوب باشد آن‌گاه:

$$n(A) = 24 + 24 = 48$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{48}{56} = \frac{6}{7}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳- گزینه «۳»

(اسمدرضا ذاکر زاده)

برای آن که تعداد اعضای انتخابی دو گروه متفاوت باشد باید دو نفر از گروه ریاضی و دو نفر از گروه تجربی نباشند، پس ابتدا احتمال پیشامد متمم را به دست می آوریم، سپس از ۱ کم می کنیم:

$$P(A) = 1 - \frac{\binom{4}{2} \times \binom{6}{2}}{\binom{10}{4}} = 1 - \frac{6 \times 15}{210} = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۱۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

۱۵- گزینه «۳»

(علی قهرمان زاده)

می دانیم مجموع دو تاس از ۲ تا ۱۲ می تواند باشد. با توجه به خواسته سؤال تنها اعداد ۱۱، ۷، ۵، ۳ قابل قبول هستند.

۳ مجموع : $\{(1,2), (2,1)\}$

۵ مجموع : $\{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$

۷ مجموع : $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

۱۱ مجموع : $\{(5,6), (6,5)\}$

بنابراین داریم:

$$n(A) = 14$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۱۲ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

هر یک از موارد را بررسی می‌کنیم:

«الف»: بیشتر شدن پراکندگی متغیر مورد بررسی سبب بزرگ‌تر شدن نمونه انتخابی می‌شود.

«ب»: توصیف داده‌های کمی نیاز به شاخص‌های پراکندگی و مرکزی دارد.

«ج»: بعد از تحلیل داده‌ها می‌توانیم در بهترین حالت نتایج را به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم.

«د»: صحیح است.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۸ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

(آروین حسینی)

با توجه به نمودار میانگین برابر ۲۱ است. (بلندی مستطیل)

$$\bar{x} = \frac{21+18+a+20+24}{5} = 21 \Rightarrow 83+a=105 \Rightarrow a=22$$

اکنون با داشتن $a=22$ واریانس داده‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{(21-21)^2 + (18-21)^2 + (22-21)^2 + (20-21)^2 + (24-21)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{0+9+1+1+9}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\text{ارتفاع معیار} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4} = 2$$

ارتفاع میله (انحراف معیار) + ارتفاع مستطیل (میانگین) = b

$$\Rightarrow b = \bar{x} + \sigma = 21 + 2 = 23$$

$$a - b = 22 - 23 = -1$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

$$n=1 \Rightarrow a_3 = a_2 + 4a_1 - (1)^2 \Rightarrow a_3 = 4 + 4(4) - 1 = 19$$

$$n=2 \Rightarrow a_4 = a_3 + 4a_2 - (2)^2 \Rightarrow a_4 = 19 + 4(4) - 4 = 31$$

$$n=3 \Rightarrow a_5 = a_4 + 4a_3 - (3)^2 \Rightarrow a_5 = 31 + 4(19) - 9 = 98$$

$$n=4 \Rightarrow a_6 = a_5 + 4a_4 - (4)^2 \Rightarrow a_6 = 98 + 4(31) - 16 = 206$$

$$n=5 \Rightarrow a_7 = a_6 + 4a_5 - (5)^2 \Rightarrow a_7 = 206 + 4(98) - 25 = 573$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۲ دی

ابتدا چند جمله اول دنباله را به دست می‌آوریم:

$$a_1 = \left[\frac{5(1)+1}{3(1)+1} \right] = \left[\frac{6}{4} \right] = [1/5] = 1$$

$$a_2 = \left[\frac{5(2)+1}{3(2)+1} \right] = \left[\frac{11}{7} \right] = 1$$

$$a_3 = \left[\frac{5(3)+1}{3(3)+1} \right] = \left[\frac{16}{10} \right] = [1/6] = 1$$

جملات این دنباله همگی برابر ۱ هستند، بنابراین مجموع ۱۷۰ جمله اول

برابر است با:

$$170 \times 1 = 170$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۲ دی

جملات دنباله را به ترتیب از جملات دوم تا دهم به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} n=2 &\xrightarrow{\text{فرد } 3n-1} a_2 = (-1)^2 \left(\frac{2+1}{2}\right) = \frac{3}{2} \\ n=3 &\xrightarrow{\text{زوج } 3n-1} a_3 = (-1)^3 \left(1-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3} \\ n=4 &\xrightarrow{\text{فرد } 3n-1} a_4 = (-1)^4 \left(\frac{4+1}{4}\right) = \frac{5}{4} \\ n=5 &\xrightarrow{\text{زوج } 3n-1} a_5 = (-1)^5 \left(1-\frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = 1$$

$$\left. \begin{aligned} n=6 &\xrightarrow{\text{فرد } 3n-1} a_6 = (-1)^6 \left(\frac{6+1}{6}\right) = \frac{7}{6} \\ n=7 &\xrightarrow{\text{زوج } 3n-1} a_7 = (-1)^7 \left(1-\frac{1}{7}\right) = -\frac{6}{7} \\ n=8 &\xrightarrow{\text{فرد } 3n-1} a_8 = (-1)^8 \left(\frac{8+1}{8}\right) = \frac{9}{8} \\ n=9 &\xrightarrow{\text{زوج } 3n-1} a_9 = (-1)^9 \left(1-\frac{1}{9}\right) = -\frac{8}{9} \\ n=10 &\xrightarrow{\text{فرد } 3n-1} a_{10} = (-1)^{10} \left(\frac{10+1}{10}\right) = \frac{11}{10} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10} = \frac{7}{6} \times \left(-\frac{6}{7}\right) \times \frac{9}{8} \times \left(-\frac{8}{9}\right) \times \frac{11}{10} = \frac{11}{10}$$

در نهایت داریم:

$$1 + \frac{11}{10} = \frac{21}{10}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطری، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۲ دی

$$a_1 = 1 = \frac{1 \times 2}{2}, a_2 = 2 + 1 = 3 = \frac{2 \times 3}{2}, a_3 = 3 + 2 + 1 = 6 = \frac{3 \times 4}{2}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow a_5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

$$15 + \frac{n(n+1)}{2} = 43 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 28$$

$$\Rightarrow n(n+1) = 56 \Rightarrow n^2 + n = 56$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

$$(n+8)(n-7) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = -8 \text{ ق ق} \\ n = 7 \text{ ق ق} \end{array} \right.$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطری، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۲ دی