

ریاضی تیزهوشان نهم - سوال ۵ -

۲۱۶- اگر کسر کوچکتر از واحد  $\frac{a}{30}$  مولد عدد اعشاری مختوم باشد، چقدر احتمال دارد  $a$  مضرب ۵ باشد؟ ( $a$  عددی طبیعی است.)

(۱)  $\frac{1}{10}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{9}$

(۴)  $\frac{1}{8}$

آزمون ۲۲ دی

۲۱۷- اگر نامساوی  $0 < \frac{m}{n} < \frac{p}{q} < \frac{1}{100}$  برای اعداد طبیعی  $m, n, p, q$  برقرار باشد، آنگاه کدام گزینه برای عدد  $x = \left| \frac{m}{n} - \frac{m+2p}{n+2q} \right| + \left| \frac{p}{q} - \frac{m+2p}{n+2q} \right|$  صحیح می باشد؟

(۱)  $0 < x < \frac{1}{100}$

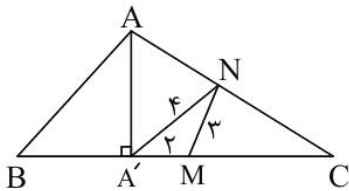
(۲)  $\frac{1}{100} < x < \frac{1}{50}$

(۳)  $\frac{1}{50} < x < \frac{1}{10}$

(۴)  $\frac{1}{10} < x < 1$

آزمون ۲۲ دی

۲۱۸- اگر  $M$  و  $N$  وسط اضلاع  $BC$  و  $AC$  بوده و  $AA'$  بر  $BC$  عمود باشد، محیط مثلث  $ABC$  چقدر است؟



(۱) ۲۱

(۲) ۲۷

(۳) ۱۸

(۴) ۱۵

آزمون ۲۲ دی

۲۱۹- به ازای کدام گزینه حاصل عبارت  $|3x - 7 - (5x - 2) - 1|$  همواره برابر  $2x + 6$  خواهد بود؟

(۱)  $x > -3$

(۲)  $x < -3$

(۳)  $x > -5$

(۴)  $x < -5$

آزمون ۲۲ دی

۲۲۰- اگر  $A = \{-3^2, \{x\}\}$  و  $B = \{-\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}}, \{\{x\}\}\}$  باشد، مجموعه  $A - B$  کدام است؟

(۱)  $\{x\}$

(۲)  $\{\{x\}\}$

(۳)  $\{-9, \{x\}\}$

(۴)  $\{9, \{x\}\}$

آزمون ۲۲ دی

۲۱۶- گزینه «۳»

(مسئله پازشگر)

$$\frac{3}{30}, \frac{6}{30}, \frac{9}{30}, \frac{12}{30}, \boxed{\frac{15}{30}}, \frac{18}{30}, \frac{21}{30}, \frac{24}{30}, \frac{27}{30}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{9}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۲ دی

با روش جمع صورت‌ها و مخرج‌ها برای اعداد  $\frac{m}{n}$  و  $\frac{p}{q}$  می‌توان نوشت:

$$\frac{m}{n} < \frac{m+p}{n+q} < \frac{p}{q}$$

با اجرای دوباره این روش برای اعداد  $\frac{p}{q}$  و  $\frac{m+p}{n+q}$  نامساوی زیر به دست

می‌آید:

$$\frac{m+p}{n+q} < \frac{m+2p}{n+2q} < \frac{p}{q}$$

$$\frac{m}{n} < \frac{m+2p}{n+2q} < \frac{p}{q}$$

بنابراین:

همچنین با استفاده از مفهوم فاصله در تعریف قدرمطلق داریم:

$$\left| \frac{m}{n} - \frac{m+2p}{n+2q} \right| + \left| \frac{p}{q} - \frac{m+2p}{n+2q} \right| = \frac{p}{q} - \frac{m}{n}$$

$$\text{فاصله دو عدد} = \frac{p}{q} - \frac{m}{n}$$

از طرفی چون  $\frac{m}{n}$  و  $\frac{p}{q}$  هر دو بین  $0^\circ$  و  $\frac{1}{100}$  فرض شده‌اند، فاصله آنها نیز

عددی بین  $0^\circ$  و  $\frac{1}{100}$  خواهد بود.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲ و ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۲ دی

فرض کنیم  $CM = x$ ، آنگاه  $BM = x$ ، لذا  $A'C = x + 2$  و

$$A'B = x - 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{BC وسط M} \\ \text{AC وسط N} \end{array} \right\} \Rightarrow MN = \frac{AB}{2} \Rightarrow 3 = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 6$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $AA'C$  میانه  $A'N$  نصف وتر است، لذا

$$A'N = \frac{AC}{2} \Rightarrow 4 = \frac{AC}{2} \Rightarrow AC = 8$$

از طرفی با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AA'C: AA'^2 = AC^2 - A'C^2 \\ \Delta AA'B: AA'^2 = AB^2 - A'B^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 8^2 - (x+2)^2 = 6^2 - (x-2)^2$$

$$\Rightarrow 64 - (x^2 + 4x + 4) = 36 - (x^2 - 4x + 4)$$

$$\Rightarrow 8x = 28 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow BC = 7$$

$$\Delta ABC \text{ محیط: } AB + AC + BC = 6 + 8 + 7 = 21$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۲ دی

$$|3x - 7 - (5x - 2) - 1| = |3x - 7 - 5x + 2 - 1| = |-2x - 6|$$

اکنون برای اینکه حاصل  $| -2x - 6 | = 2x + 6$  شود، حتماً باید عبارت

داخل قدرمطلق منفی شود.

$$-2x - 6 = 0 \Rightarrow -2x = 6 \Rightarrow x = -3$$

در  $x = -3$  داخل قدرمطلق صفر می شود و در  $x$  های بزرگتر از  $-3$ ، عبارت

داخل قدرمطلق همواره منفی خواهد بود.

(عددهای حقیقی، صفحه های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۲ دی

$$A = \{-9, \{x\}\}$$

$$B = \{-9, \{\{x\}\}\}$$

$$A - B = \{\{x\}\}$$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۲ دی