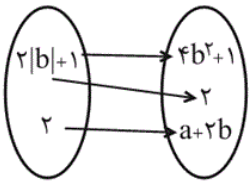
ریاضي دهم ، تابع - ۸ سوال - دبیر ناصر قراچی

۱۳- اگر رابطهٔ $g=\{(۵,-۱),(a-b,۲),(a^۲+b^۲-۲ab,۲),(a+۵-b,-۱),(۴,۵)\}$ تابع $f=\{(-۱,۱),(۳,۴),(۰,-\sqrt{۲}),(-۱,\frac{a}{b})\}$ باشد، آنگاه دامنهٔ تابع چند عضوی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۴- اگر نمودار پیکانی تابع f، به صورت زیر باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

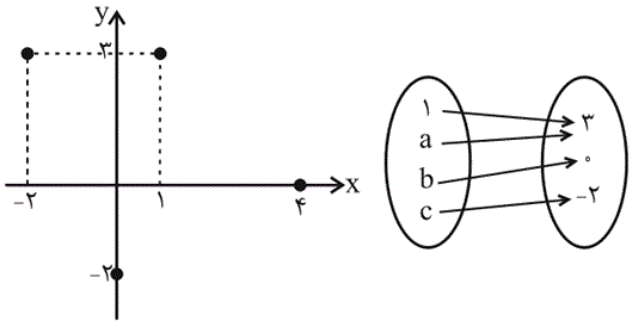


۱) فقط $\frac{۵}{۲}$ ۲) فقط $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۲}$ یا $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۳}{۲}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۵- اگر نمودار پیکانی و جدول زیر هر دو بیانگر تابع f باشند، حاصل $bc-a$ کدام است؟



۱) ۲

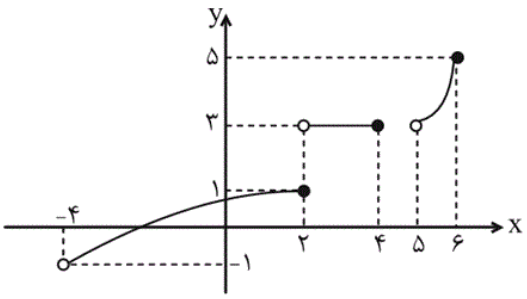
۲) -۲

۳) ۳

۴) -۳

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۶- نمودار زیر مربوط به تابع f است. $D_f \cap R_f$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۷- اگر تعداد اعضای دامنه و برد تابع f به‌ترتیب n^2-n و $3n+5$ باشد، مجموعه مقادیر n شامل چند عضو صحیح یک رقمی است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۸- اگر برد تابع $f=\{(1,2),(3,2x+1),(4,-1)\}$ دو عضو داشته باشد، مجموع مقادیر ممکن برای x کدام است؟

۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۹- اگر برد تابع $f(x)=x^2$ با دامنه A به صورت $\{0,1,2\}$ باشد، مجموعه A چند حالت دارد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۹

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۰- اگر در تابع $f=\{(-1,4),(-2,a),(a^2,a+1)\}$، $D_f=R_f$ باشد. حاصل $f(a+1)$ کدام است؟

۱) -4 ۲) ۴ ۳) -1 ۴) ۲

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱- اگر سهمی $f(x)=(m-1)x^2+3x+m+1$ محور xها را فقط در یک نقطه قطع کند، آنگاه مقدار مثبت m کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲- خط تقارن سهمی به معادلهٔ $y=-2x^2-4x+c$، نمودار سهمی را در نقطه‌ای به عرض ۸ قطع می‌کند. اگر طول پاره‌خطی که سهمی روی محور طول‌ها جدا می‌کند برابر d باشد، cd کدام است؟

۱) ۱۸

۲) ۲۲

۳) ۲۴

۴) ۲۸

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۳- هرگاه سهمی $y=(k-1)x^2-2kx+k$ همواره پایین محور xها باشد، حدود k کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(-\infty,1)$

۲) $(-\infty,0)$

۳) $(0,1)$

۴) $(\frac{1}{2},1)$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۴- اگر خط $y=ax+b$ فقط از ناحیه سوم نگذرد، جدول تعیین علامت عبارت $p(x)=-ax+b$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟

۱)

x		m^2	
$p(x)$	$-$	0	$+$

۲)

x		$-m^2$	
$p(x)$	$-$	0	$+$

۳)

x		m^2	
$p(x)$	$+$	0	$-$

۴)

x		$-m^2$	
$p(x)$	$+$	0	$-$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۵- اگر جدول تعیین علامت برای هر کدام از عبارت‌های $A=ax-12$ و $B=(a+b)x+a-1$ به صورت زیر باشد، مقدار b کدام است؟

x		$3a$	
A	$+$	0	$-$

x		b	
B	$-$	0	$+$

۱) ۲

۲) -2

۳) -3

۴) ۳

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۶- جدول تعیین علامت $p(x)=\frac{ax+5}{2x-1}-1$ به صورت زیر است. مقدار ab کدام است؟

x		b	
$p(x)$	−	ت ن	+

۱) ۱

۲) -1

۳) ۲

۴) -2

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷- جدول تعیین علامت عبارت $p(x)=(ax+2)(2x+b)$ به صورت زیر است. مقدار $a-b$ کدام است؟

x		-1		2	
$p(x)$	−	۰	+	۰	−

۱) ۶

۲) ۲

۳) -3

۴) ۱

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۸- اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{4x+20}{3x^2-mx+n}\leq 0$ به صورت $(-\frac{2}{3},5)\cup(-\infty,-5]$ باشد، $3m-4n^2$ کدام است؟

۱) -361 ۲) -439 ۳) ۳۶۱ ۴) ۴۳۹

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۹- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{x+2+\frac{1}{x}}{x^4-x}<0$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۰- مجموعه جواب کدام یک از نامعادلات زیر با مجموعه جواب نامعادله $-x^2+6x-5>0$ برابر است؟

۱) $|x-3|>2$ ۲) $|x-2|>3$ ۳) $|x-3|<2$ ۴) $|x-2|<3$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱۱- اگر جواب نامعادله $|2x-k+2| \leq m+1$ به صورت $[-3,2]$ باشد، آنگاه مجموعه جواب نامعادله $|x+2k| < m$ کدام است؟

۱) $(-2,4)$ ۲) $(-6,2)$ ۳) $(-3,5)$ ۴) $(2,4)$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۲- به ازای چند عدد صحیح، نمودار $y=||x|-2|$ پایین‌تر از خط $y-4=0$ قرار می‌گیرد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

هندسه دهم ، چند ضلعي ها - ۱۰ سوال - دبیر ناصر قراچی

۲۱- یک n ضلعی ۲۷ قطر دارد. کدام گزینه تعداد قطرهایی که از ۳ رأس این n ضلعی می‌گذرد را نشان نمی‌دهد؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵

۳) ۱۶ ۴) ۱۷

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۲- در ذوزنقه با قاعده‌های ۴ و ۱۰ خطی وسطهای دو ساق را به هم وصل می‌کند. مساحت ذوزنقه $ABCD$ چند برابر مساحت ذوزنقه کوچک‌تر ایجاد شده است؟

۱) ۳ ۲) ۲/۵۴ ۳) ۱/۲۷ ۴) ۱/۵۷

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

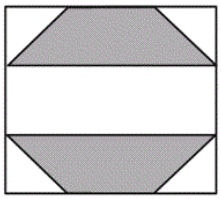
۲۳- اگر بین اجزای مثلث ABC، رابطهٔ $h_a+h_b=\frac{1}{2}(a+b)$ برقرار باشد، اندازه زاویهٔ C برابر کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۴- در شکل مقابل یک هشت ضلعی منتظم در داخل یک مربع محاط شده است. اگر طول ضلع هشت ضلعی ۲ باشد، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



۱) $۴(\sqrt{۲}+۱)$

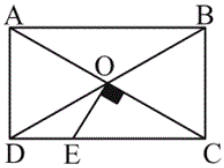
۲) $۴(\sqrt{۲}-۱)$

۳) $۸(\sqrt{۲}+۱)$

۴) $۸(\sqrt{۲}-۱)$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۵- در شکل زیر $ABCD$ مستطیل و $OE \perp OC$ است. اگر $DE = ۳$ و $EC = ۹$ باشند. طول ضلع AD کدام است؟



۱) $۶\sqrt{۲}$

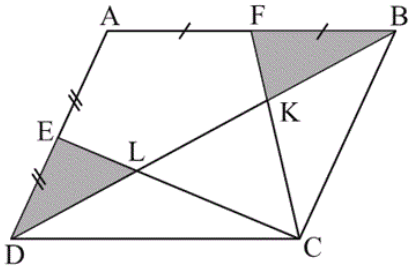
۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۳}$

۴) $۴\sqrt{۳}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۶- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، می‌دانیم $S_{AFKLE} = ۷۲$، مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟



۱) ۱۸

۲) ۳۶

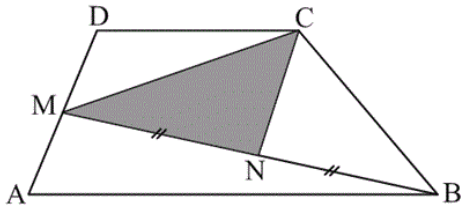
۳) ۲۰

۴) ۲۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۷- در ذوزنقهٔ ABCD مطابق شکل زیر، نقطهٔ M وسط ساق AD و N وسط BM است. اگر اندازه‌های دو قاعده ۶ و ۱۰ و ارتفاع ذوزنقه ۴ باشد، مساحت مثلث CMN کدام است؟



۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۶

۴) ۱۲

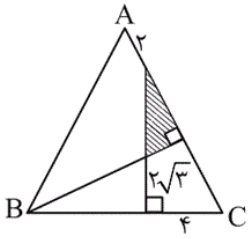
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۸- مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت $۳\sqrt{۳}$ از سه ضلع مثلث کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۲}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۹- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$

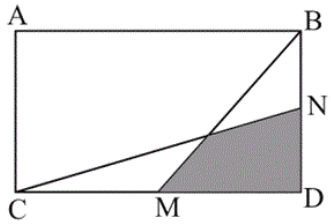
۲) $۱/۵\sqrt{۳}$

۳) $۳\sqrt{۳}$

۴) $۵\sqrt{۳}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۳۰- در مستطیل ABCD، N و M وسط دو ضلع BD و DC هستند. مساحت قسمت هاشورخورده چه کسری از مساحت مستطیل است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۱۲}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۳- گزینهٔ «۲» *(حمزه صفری)*

برای آنکه f تابع باشد، در دو زوج مرتب $(-۱,۱)$ و $(-۱,\frac{a}{b})$ باید $\frac{a}{b}=۱$ باشد؛ یعنی $a=b$ پس در تابع g، $a=b$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$g=\{(۵,-۱),(۰,۲),(۰,۲),(۵,-۱),(۴,۵)\}$$

تکرار در مجموعه ها اثر ندارد، پس دامنه ۳ عضوی است.

(تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

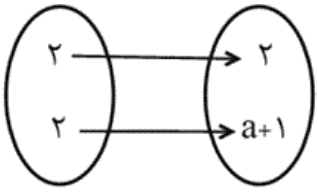
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۴- گزینهٔ «۳» *(رضا سیدنجفی)*

$$(۲|b|+۱,۴b^۲+۱)=(۲|b|+۱,۲)$$

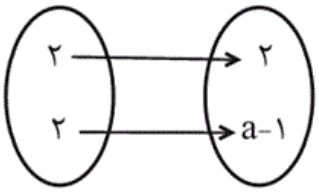
$$\Rightarrow ۴b^۲+۱=۲\Rightarrow b^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \begin{cases} b=\frac{۱}{۲} \\ \text{یا} \\ b=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

حالت اول $b=\frac{۱}{۲}$:



$$a+۱=۲\Rightarrow a=۱, a+b=\frac{۳}{۲}$$

حالت دوم $b=-\frac{۱}{۲}$:



$$a-۱=۲\Rightarrow a=۳, a+b=\frac{۵}{۲}$$

هر دو مقدار برای $a+b$ قابل قبول است.

(تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۵- گزینهٔ «۱» *(رضا سیدنجفی)*

با توجه به نمودار داده شده می‌توان تابع f را به‌دست آورد.

$$f=\{(-۲,۳),(۱,۳),(۰,-۲),(۴,۰)\}$$

از برابر قرار دادن زوج‌های مرتب با نمودار پیکانی خواهیم داشت:

$$a=-۲, c=۰, b=۴$$

$$bc-a=۴(۰)-(-۲)=۲$$

(تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۶- گزینهٔ «۲» *(بهرام حلاج)*

با توجه به شکل داده شده داریم:

$$\left.\begin{matrix} D_f = (-۴,۴] \cup (۵,۶] \\ R_f = (-۱,۱] \cup [۳,۵] \end{matrix}\right\} \Rightarrow D_f \cap R_f = (-۱,۱] \cup [۳,۴]$$

$\Rightarrow$ اعداد صحیح : $۰,۱,۳,۴$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۷- گزینهٔ «۳» *(بهرام حلاج)*

می‌دانیم که تعداد اعضای برد نمی‌تواند از تعداد اعضای دامنه بیش‌تر باشد، در نتیجه داریم:

$$n^۲ - n \geq ۳n + ۵ \Rightarrow n^۲ - ۴n - ۵ \geq ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} n \leq -۱ \text{ یا } n \geq ۵ \quad (۱)$$

و نیز تعداد اعضای دامنه و برد باید نامنفی باشند، پس داریم:

$$\begin{cases} n^۲ - n \geq ۰ \Rightarrow n \leq ۰ \text{ یا } n \geq ۱ \quad (۲) \\ ۳n + ۵ \geq ۰ \Rightarrow n \geq -\frac{۵}{۳} \quad (۳) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲) \cap (۳)} [-\frac{۵}{۳}, -۱] \cup [۵, +\infty) \xrightarrow{\text{اعداد صحیح یک رقمی}}$$

$-۱,۵,۶,۷,۸,۹ \Rightarrow$ ۶ تا

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ | ۲ | ۳✓ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱۸- گزینهٔ «۲» *(حمزه صفری)*

برد این تابع برابر $\{-۱,۲x+۱,۲\}$ است، که باید مجموعه ۲ عضوی باشد، پس:

$$\begin{cases} ۲x+۱=۲ \Rightarrow ۲x=۱ \Rightarrow x_۱=\frac{۱}{۲} \\ \text{یا} \\ ۲x+۱=-۱ \Rightarrow ۲x=-۲ \Rightarrow x_۲=-۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱+x_۲=\frac{۱}{۲}-۱=-\frac{۱}{۲}$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱۹- گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

باید اعداد صفر (۱ حالت)، ۱ یا ۱- یا هر دو (۳ حالت) و $\sqrt{۲}$ یا $-\sqrt{۲}$ یا هر دو (۳ حالت) در دامنه باشند، پس $۳\times۳\times۱=۹$ حالت داریم.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۰- گزینهٔ «۲» *(رضا سیدنجفی)*

به وضوح دامنه دارای دو عضو منفی و یک عضو نامنفی است، بنابراین در دامنه ۳ عضو داریم. به دلیل $D_f = R_f$، نتیجه می‌شود که بـرد نیـز ۳ عضو دارد و در نتیجه مجموع عضوهایشان نیز با هم برابر است.

$$D_f = R_f \Rightarrow -۱-۲+a^۲ = ۴+a+a+۱$$

$$\Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ a = -۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \Rightarrow f = \{(-۱,۴),(-۲,-۲),(۴,-۱)\} \\ a = ۴ \Rightarrow f = \{(-۱,۴),(-۲,۴),(۱۶,۵)\} \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین: $f(a+۱) = f(-۱) = ۴$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ✓۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۱- گزینهٔ «۱» *(مهدی حاجی‌نژادیان)*

هرگاه نمودار سهمی محور xها را فقط در یک نقطه قطـع کنـد، یعنـی $\Delta = ۰$، پس می‌توان نوشت:

$$\Delta = ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴ac = ۰ \Rightarrow (۳)^۲ - ۴(m-۱)(m+۱) = ۰$$

$$\Rightarrow ۴(m^۲ - ۱) = ۹ \Rightarrow m^۲ - ۱ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow m^۲ = \frac{۹}{۴} + ۱ = \frac{۱۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{۱۳}}{۲} \\ m = -\frac{\sqrt{۱۳}}{۲} \end{cases}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۲- گزینهٔ «۳» *(بابک سادات)*

تنها نقطه تقاطع سهمی با محور تقارن آن رأس سهمی است، پس عرض رأس سهمی $y = ۸$ است. کافیست طول رأس را از رابطه $x_S = -\frac{b}{۲a}$ محاسبه کرده و با جایگذاری مختصات رأس، c را به دست می‌آوریم:

$$x_S = -\frac{b}{۲a} = -\frac{(-۴)}{۲(-۲)} = -۱ \Rightarrow S(-۱,۸)$$

حالا نقطه $(-۱,۸)$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

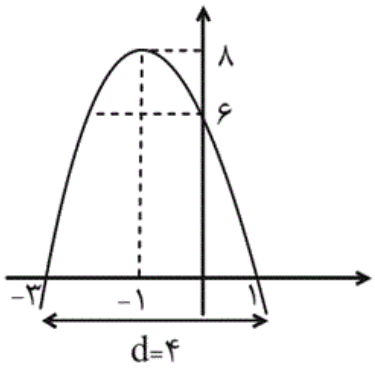
$$-۲(-۱)^۲ - ۴(-۱) + c = ۸ \Rightarrow c = ۶$$

نقاط تقاطع سهمی با محور طول‌ها همان ریشه‌ها هستند و برای تعیین ریشه‌ها کافیست y را مساوی صفر بگذاریم:

$$-۲x^۲ - ۴x + ۶ = ۰ \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } -۲} x^۲ + ۲x - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow x_۱ = ۱ \, , \; x_۲ = -۳$$

حال باتوجه به شکل نمودار سهمی طول پاره‌خط جدا شده از محور xها برابر ۴ واحد است، یعنی $d = ۴$.



$$\Rightarrow cd = ۶ \times ۴ = ۲۴$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

۳- گزینهٔ «۲» *(علی سرآبادانی)*

برای اینکه سهمی همواره پایین محور xها باشد، بایستی نمودار سهمی برخوردی با محور xها نداشته باشد، بنـابراین: $\Delta < 0$ و از طرفـی نیـز دهانهٔ نمودار سهمی باید رو به پایین باشد، پس:

$$\text{ضریب } x^2 < 0 \Rightarrow k-1 < 0 \Rightarrow k < 1 \ (I)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 4k^2 - 4(k)(k-1) < 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 4k^2 + 4k < 0 \Rightarrow k < 0 (II) \xrightarrow{(I)\cap(II)} k \in (-\infty, 0)$$

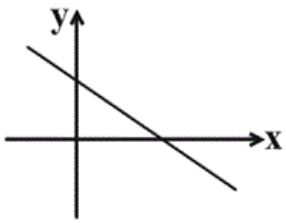
(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۷ کتاب درسی)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

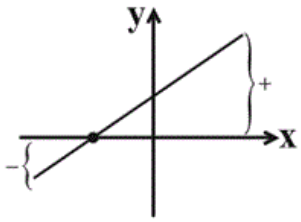
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۴- گزینهٔ «۲» *(بهرام حلاج)*

اگر خط $y = ax + b$ فقـط از ناحیـه سـوم نگـذرد، لازم اسـت چنـین نموداری داشته باشد.



پس $a < 0$ و $b > 0$ است، لذا در عبارت $p(x) = -ax + b$ شـیب و عرض از مبدأ هر دو مثبت است، یعنی:



و در نتیجه ریشه‌اش منفی $(x < 0)$ است و سمت راست ریشـه علامـت مثبت و سمت چپ علامت منفی است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵ کتاب درسی)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۵- گزینهٔ «۴» *(بابک سادات)*

اولاً هر دو عبارت درجهٔ اول هستند. در جدول $\mathbf{A}$ با توجه به این که علامت از $+$ به $-$ تغییر کرده علامت $\mathbf{a}$ منفی و ریشه عبارت هم $\mathbf{۳a}$ است، پس اگر $\mathbf{x=۳a}$ را در عبارت $\mathbf{A}$ به جای $\mathbf{x}$ جایگذاری کنیم، حاصل صفر می‌شود و داریم:

$$\mathbf{a(۳a)-۱۲=۰\Rightarrow a^{۲}=۴\Rightarrow a=۲,a=-۲}$$

با توجه به توضیحات بالا $\mathbf{a=-۲}$ رو قبول می‌کنیم و به جای $\mathbf{a}$ در عبارت $\mathbf{B}$ عدد ۲- را جایگذاری می‌کنیم و داریم:

$$\mathbf{B=(b-۲)x-۳}$$

حالا با توجه به جدول $\mathbf{B}$ می‌توانیم بگوییم که $\mathbf{b-۲>۰}$ و ریشه عبارت $\mathbf{B}$ هم $\mathbf{b}$ است. پس داریم:

$$\mathbf{(b-۲)b-۳=۰\Rightarrow b^{۲}-۲b-۳=۰\Rightarrow}\begin{cases}\mathbf{b=-۱}\\ \mathbf{b=۳}\end{cases}$$

با توجه به شرط $\mathbf{b-۲>۰}$، $\mathbf{b=۳}$ را قبول می‌کنیم.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶- گزینهٔ «۱» *(حمزه صفری)*

از جدول تعیین علامت $\mathbf{p(x)}$ معلوم می‌شود که صورت کسر $\mathbf{p(x)=\frac{ax+۵}{۲x-۱}-۱}$ فاقد ریشه است:

$$\mathbf{p(x)=\frac{ax+۵}{۲x-۱}-۱=\frac{ax+۵-۲x+۱}{۲x-۱}=\frac{(a-۲)x+۶}{۲x-۱}}$$

برای اینکه صورت کسر ریشه نداشته باشد، باید $\mathbf{a-۲=۰}$ یعنی $\mathbf{a=۲}$ باشد، پس $\mathbf{b}$ ریشه مخرج است، یعنی $\mathbf{b=\frac{۱}{۲}}$.

در نتیجه داریم: $\mathbf{ab=۲\times\frac{۱}{۲}=۱}$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷- گزینهٔ «۳» (مصطفی کرمی)

حالت اول:

$$\begin{cases} ax+۲=۰ \Rightarrow x=-\frac{۲}{a} \\ ۲x+b=۰ \Rightarrow x=-\frac{b}{۲} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{۲}{a}=-۱ \Rightarrow a=۲ \\ x=-\frac{b}{۲}=۲ \Rightarrow b=-۴ \end{cases} \Rightarrow p(x)=(۲x+۲)(۲x-۴)$$

x		-۱		۲	
$p(x)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

با توجه به جدول تعیین علامت، مقادیر به دست آمده برای a و b قابل قبول نیست.

حالت دوم:

$$p(x)=(ax+۲)(۲x+b)$$

$$\begin{cases} x=-\frac{۲}{a}=۲ \Rightarrow a=-۱ \\ x=-\frac{b}{۲}=-۱ \Rightarrow b=۲ \end{cases} \Rightarrow p(x)=(-x+۲)(۲x+۲)$$

x		-۱		۲	
$p(x)$	$-$	۰	$+$	۰	$-$

مقادیر به دست آمده برای a و b با توجه به جدول تعیین علامت عبارت $p(x)$ قابل قبول است و در نتیجه:

$$a-b=-۱-۲=-۳$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۸- گزینهٔ «۱» *(علی‌اصغر شریفی)*

با توجه به فرض مسئله جدول تعیین علامت را رسم کـرده و ریشـه‌هـای عبارت را به دست می‌آوریم:

x	$-\infty$	-5	$-\frac{2}{3}$	5	$+\infty$
$4(x+5)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$3x^2-mx+n$	$+$	$+$	0	$-$ 0	$+$
$\frac{4x+20}{3x^2-mx+n}$	$-$	0	$+$ ت.ن	$-$ ت.ن	$+$

بنابراین ریشه‌های مخرج $-\frac{2}{3}$ و 5 هستند، پس داریم:

$$3x^2-mx+n=0 \Rightarrow (3x+2)(x-5)=0$$

$$\Rightarrow 3x^2-mx+n=3x^2-13x-10 \Rightarrow \begin{cases} m=13 \\ n=-10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3m-4n^2=39-400=-361$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ کتاب درسی)

[۱] ✓ [۲] [۳] [۴]

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۹- گزینهٔ «۱» *(رضا سیدنجفی)*

$$\frac{x+۲+\frac{۱}{x}}{x^۴-x}<۰\Rightarrow\frac{x^۲+۲x+۱}{x^۲(x^۳-۱)}<۰\Rightarrow\frac{(x+۱)^۲}{x^۲(x^۳-۱)}<۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=۱\\x=-۱\end{cases}$$

x		-۱		۰		۱	
$(x+۱)^۲$	$+$	۰	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x^۲$	$+$	$+$	$+$	۰	$+$	$+$	$+$
$x^۳-۱$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	۰	$+$
عبارت	$+$	۰	$-$ (ج)	$-$ (ن)	ج	$-$ (ت)	ن ج

مجموعه جواب به دست آمده، هیچ عدد طبیعی را شامل نمی‌شود.

$$x\in(-\infty,-۱)\cup(-۱,۰)\cup(۰,۱)$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱۰- گزینهٔ «۳» *(بابک سادات)*

ابتدا نامعادله صورت سؤال را حل می‌کنیم:

$$-x^{۲}+۶x-۵>۰\Rightarrow x^{۲}-۶x+۵<۰\Rightarrow (x-۱)(x-۵)<۰$$

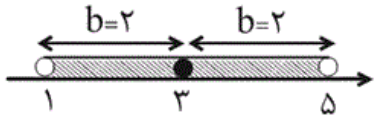
$$\Rightarrow ۱<x<۵$$

$|x|$ یعنی فاصله x تا مبدأ، پس $|x-a|$ یعنی فاصله x تا a.

اگر بخواهیم بازهٔ باز به مرکز a و شعاع b را مشخص کنیم، داریم:

$$|x-a|<b$$

در بازه $(۱,۵)$ مرکز بازه $a=۳$ و شعاع بازه $b=۲$ است، پس داریم:



$$|x-۳|<۲$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱۱- گزینهٔ «۲» (هادی پولادی)

$$-m-۱\le ۲x-k+۲\le m+۱$$

$$\Rightarrow -m-۱+k-۲\le ۲x\le m+۱+k-۲$$

$$\Rightarrow -m+k-۳\le ۲x\le m+k-۱$$

$$\Rightarrow \frac{-m+k-۳}{۲}\le x\le \frac{m+k-۱}{۲}$$

$$\begin{cases}\frac{-m+k-۳}{۲}=-۳\Rightarrow -m+k=-۳\\ \frac{m+k-۱}{۲}=۲\Rightarrow m+k=۵\end{cases}\Rightarrow m=۴,k=۱$$

بنابراین:

$$|x+۲k|<m\Rightarrow|x+۲|<۴\Rightarrow -۴<x+۲<۴$$

$$\Rightarrow -۶<x<۲$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۱۲- گزینهٔ «۳» *(محمد قرقچیان)*

برای اینکه نمودار $y = ||x|-۲|$ پایین‌تر از خط $y = ۴$ قرار گیرد باید داشته باشیم:

$$||x|-۲| < ۴$$

همواره برقرار است

$$\overbrace{-۴ < |x|-۲}\ < ۴$$

$$|x|-۲ < ۴ \Rightarrow |x| < ۶ \Rightarrow -۶ < x < ۶$$

۱۱ عدد صحیح $\Rightarrow \{-۵,-۴,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$: مجموعه جواب

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۱- گزینهٔ «۱» *(امیر مالمیر)*

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-۳)}{۲} = ۲۷ \Rightarrow n(n-۳) = ۵۴ \Rightarrow n = ۹$$

به ۳ حالت می‌توان ۳ رأس را انتخاب کرد:

۱) ۳ رأس کنار هم باشند که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد و یک قطر دو بار شمرده می‌شود که داریم:

تعداد قطرهای گذرا از این ۳ رأس : $(۳\times۶)-۱=۱۷$

۲) ۲ رأس کنار هم و یکی جدا باشد که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد که دو قطر دو بار شمرده می‌شوند که داریم:

تعداد قطرهای گذرا از این ۳ رأس : $(۳\times۶)-۲=۱۶$

۳) ۳ رأس کنار هم نباشند که در این صورت از هر رأس ۶ قطر می‌گذرد که سه قطر دو بار شمرده می‌شوند که داریم:

تعداد قطرهای گذرا از این ۳ رأس : $(۳\times۶)-۳=۱۵$

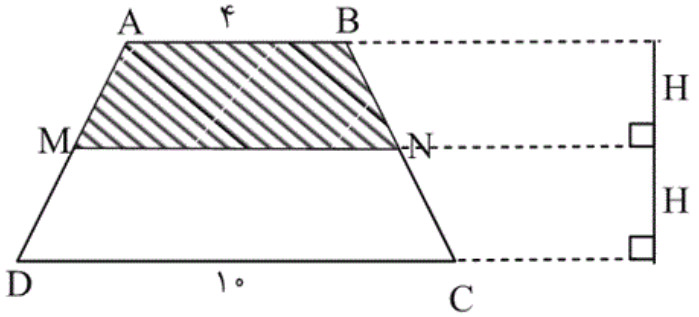
(چند ضلعی‌ها، صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۲- گزینهٔ «۲» *(محمد قرقچیان)*



$$MN=\frac{AB+DC}{۲}=\frac{۴+۱۰}{۲}=۷$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABNM}}=\frac{\frac{(AB+CD).۲H}{۲}}{\frac{(AB+MN).H}{۲}}=\frac{(۴+۱۰)\times ۲}{(۴+۷)}=\frac{۲۸}{۱۱}$$

(چند ضلعی‌ها، صفحهٔ ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۳- گزینهٔ «۱» *(محمد حمیدی)*

می‌دانیم مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع آن در سینوس زاویهٔ بین آنها (دو ضلع)، از طرفی با توجه به رابطهٔ مساحت $S=\frac{۱}{۲}ah_a$ می‌توان $h_a=\frac{۲S}{a}$ را نتیجه گرفت داریم:

$$h_a+h_b=\frac{۱}{۲}(a+b)\Rightarrow\frac{۲S}{a}+\frac{۲S}{b}=\frac{۱}{۲}(a+b)$$

$$\Rightarrow ۲S(\frac{a+b}{ab})=\frac{۱}{۲}(a+b)$$

$$\Rightarrow ۲S=\frac{۱}{۲}ab\xrightarrow{S=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}}۲(\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C})=\frac{۱}{۲}ab$$

$$\Rightarrow \sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\hat{C}=۳۰^\circ$$

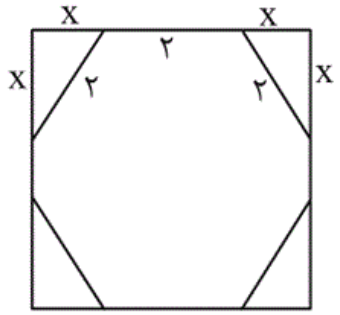
(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۴- گزینهٔ «۱» (محمد حمیدی)



$$x^۲ + x^۲ = ۲^۲ \Rightarrow x^۲ = ۲ \Rightarrow x = \sqrt{۲}$$

$$\text{ضلع مربع} = ۲ + ۲\sqrt{۲}$$

$$S \text{ ذوزنقه} = \frac{۱}{۲}(\sqrt{۲})(۲ + ۲ + ۲\sqrt{۲}) = \sqrt{۲}(۲ + \sqrt{۲}) = ۲\sqrt{۲} + ۲$$

$$S \text{ قسمت هاشورخورده } S = ۲(۲\sqrt{۲} + ۲) = ۴\sqrt{۲} + ۴ = ۴(\sqrt{۲} + ۱)$$

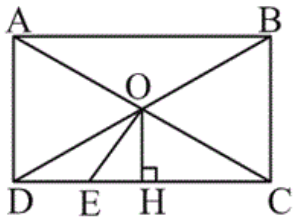
(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۲۵- گزینهٔ «۱» (حمیدرضا دهقان)

از O بر DC عمود می‌کنیم. در نتیجه:



$$DH = HC = \frac{DC}{۲}$$

$$DC = DE + EC = ۳ + ۹ = ۱۲$$

$$\Rightarrow DH = HC = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

$$\Rightarrow DE = EH = ۳$$

طبق رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{EOC}$ داریم:

$$OH^۲ = EH \times HC$$

$$OH^۲ = ۳ \times ۶ = ۱۸ \Rightarrow OH = ۳\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow AD = ۲OH \Rightarrow AD = ۶\sqrt{۲}$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ کتاب درسی)

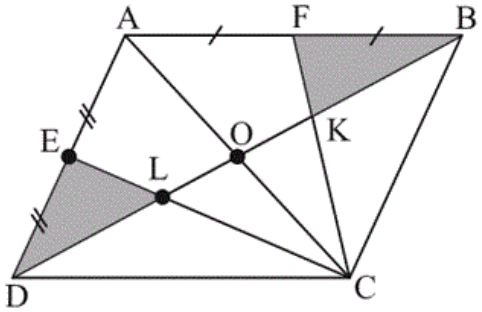
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام کلاهی)*

قطر AC را رسم می‌کنیم. از آنجا که F وسط AB و E وسط AD و O وسط دو قطر است، پس K و L محل همرسی میانه‌های $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{ADC}$ است، پس:



$$S_{\overset{\Delta}{DEL}} = S_{\overset{\Delta}{FKB}} = \frac{۱}{۱۲} S_{ABCD}$$

$$S_{AFKLE} = \frac{۱}{۳} S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABCD} = ۳S_{AFKLE}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت سایه‌زده} = ۲\times\frac{۱}{۱۲} S_{ABCD} = ۲\times\frac{۱}{۱۲}\times ۳S_{AFKLE}$$

$$= \frac{۱}{۲} S_{AFKLE} = ۳۶$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

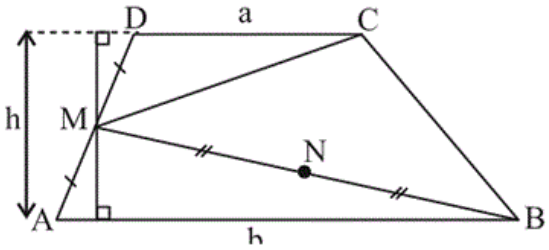
www.kanoon.ir

۲۷- گزینهٔ «۱» *(بهنام کلاهی)*

نکته: در ذوزنقه، مساحت مثلثی که رأس‌های آن وسط یک ساق و دو انتهای ساق دیگر است، نصف مساحت ذوزنقه می‌باشد.

$$S_{\triangle BCM} = \frac{S_{ABCD}}{۲} = \frac{\frac{۴(۶+۱۰)}{۲}}{۲} = ۱۶$$

$$S_{\triangle CMN} = \frac{S_{\triangle BCM}}{۲} = ۸$$



اثبات نکته:

مساحت دوزنقهٔ $ABCD : \frac{(a+b)h}{۲}$

همچنین مساحت دو مثلث MCD و MAB به‌ترتیب برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}(a\times\frac{h}{۲}) \text{ و } \frac{۱}{۲}(b\times\frac{h}{۲})$$

در نتیجه مساحت مثلث MCB به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$S_{\triangle MCB} = S_{ABCD} - S_{\triangle MCD} - S_{\triangle MAB} = \frac{۱}{۲}S_{ABCD}$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۸- گزینهٔ «۱» *(حمیدرضا دهقان)*

می‌دانیم مجموع فواصل یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a از سه ضلع مثلث برابر است با: $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$

از طرفی مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با:

$$\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = ۳\sqrt{۳} \Rightarrow a^۲ = ۱۲ \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳}$$

$$\text{مجموع فواصل} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲\sqrt{۳} = ۳$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

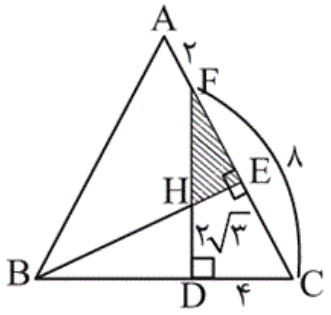
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۲۹- گزینهٔ «۲» *(علی رضایی)*

در مثلث $\overset{\Delta}{DFC}$ ضلع روبه‌رو به زاویه $\hat{F}=۳۰$ نصف وتر است پس $\overline{FC}=۸$



پس هر ضلع مثلث برابر است با ۱۰.

$$BD=۱۰-۴=۶$$

چون ارتفاع در مثلث متساوی‌الاضلاع عمود منصف هم است داریم:

$$FE=۵-۲=۳$$

برای مساحت $\overset{\Delta}{HFE}$ نیاز به ضلع HE داریم:

می‌دانیم ارتفاع در مثلث متساوی‌الاضلاع برابر است با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$

$$\Rightarrow BE=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۱۰=۵\sqrt{۳}$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{BHD}$ طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$BD^۲+HD^۲=BH^۲\Rightarrow BH^۲=۳۶+۱۲=۴۸$$
$$\Rightarrow BH=۴\sqrt{۳}\Rightarrow HE=BE-BH=۵\sqrt{۳}-۴\sqrt{۳}=\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{HFE}}=\frac{۱}{۲}FE\times HE=\frac{۱}{۲}\times ۳\times\sqrt{۳}=\frac{۳}{۲}\sqrt{۳}$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

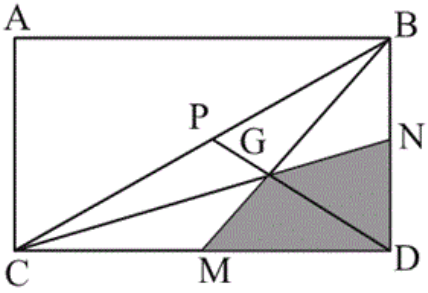
۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۳۰- گزینهٔ «۳» *(امیر مالمیر)*

در مثلث **BCD**، **BM**، **CN** و **DP** رسم شده و آن را به ۶ مثلث هم مساحت تبدیل کرده‌اند (خاصیت میانه‌ها). اگر محل برخورد میانه‌ها را **G** بنامیم داریم:



$$\frac{S_{MGND}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{S_{MGND}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۶}$$

(چند ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir