

حسابان یازدهم ، مثلثات - ۸ سوال - دبیر ناصر قراچی

۱- با فرض $\pi = 3/14$ ، حاصل $\cos(2/57)$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\sin 1$
(۲) $\cos 1$
(۳) $-\sin 1$
(۴) $-\cos 1$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲- فاصله دو شهر A و B روی کره زمین که بر روی یک نصف‌النهار قرار دارند، تقریباً 1610 کیلومتر است. اگر شعاع کره زمین 6440 کیلومتر

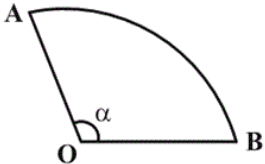
فرض شود، زاویه‌ای که این دو شهر با مرکز زمین می‌سازند، تقریباً چند درجه است؟

- (۱) $14/25^\circ$
(۲) 15°
(۳) $22/5^\circ$
(۴) 90°

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳- شکل گسترده یک مخروط به صورت زیر است. اگر $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ و $0 < \alpha < \pi$ باشد، حجم مخروط کدام است؟ ($OA = OB = 3$)



- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$
(۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3} \pi$
(۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3} \pi$
(۴) $\sqrt{2} \pi$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

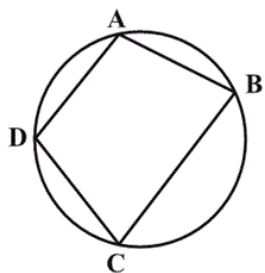
۴- حاصل عبارت $\cos(\frac{19\pi}{3}) \cos(-\frac{41\pi}{4}) + \tan(\frac{7\pi}{4}) \cot(\frac{13\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{12}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) -1
(۴) $\frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{12}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۵- در چهارضلعی شکل مقابل، کدامیک از روابط زیر همواره برقرار است؟ ($\hat{A} \neq \hat{C}$)



(۱) $\sin \hat{A} = \sin \hat{C}$

(۲) $\cos \hat{A} = \cos \hat{C}$

(۳) $\sin \hat{A} = \cos \hat{C}$

(۴) $\cos \hat{A} = \sin \hat{C}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۶- اگر $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $A = \frac{3 \sin(\alpha - \frac{13\pi}{2}) + 2 \cos(17\pi - \alpha)}{3 \tan(\frac{15\pi}{2} - \alpha) - 2 \cot(\alpha - 15\pi)}$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{3}$

(۴) $-\frac{5}{3}$

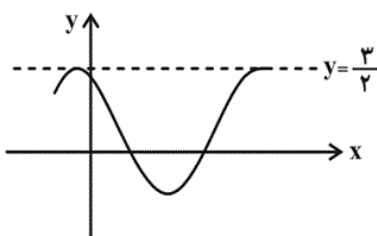
(۱) $\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{3}{5}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin(x - \frac{\pi}{4})$ به صورت زیر است. $f(\pi)$ کدام است؟



(۱) $1 - \sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{2}$

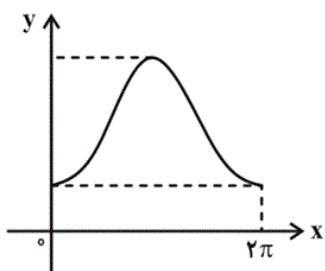
(۳) $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۸- شکل مقابل مربوط به بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ است. اگر بیشترین مقدار این تابع چهار واحد از کمترین مقدار آن بیشتر



باشد و تابع از نقطه $(\frac{2\pi}{3}, 6)$ عبور کند، حاصل $f(\frac{\pi}{3} + \alpha) - 4$ کدام است؟

(۱) $2 \sin \alpha + 1$

(۲) $-2 \cos \alpha - 1$

(۳) $-2 \sin \alpha + 1$

(۴) $2 \cos \alpha - 1$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۹- کدام گزینه در مورد جواب معادله $\log_2^2 x = \sqrt{x} + 1$ درست است؟

- (۱) مربع کامل است.
 (۲) مضرب ۱۱ است.
 (۳) عددی اول است.
 (۴) مجموع مقسوم‌علیه‌های آن ۱۵ است.

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۰- اگر $\log_2^2 a = a$ باشد، آن‌گاه حاصل $\log_3^2 a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{2-a}$
 (۲) $\frac{a}{1-a}$
 (۳) $\frac{1-a}{2-a}$
 (۴) $\frac{2-a}{1-a}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

هندسه یازدهم، تبدیل های هندسی و کاربردها - سوال ۱۰ - دبیر ناصر قراچی

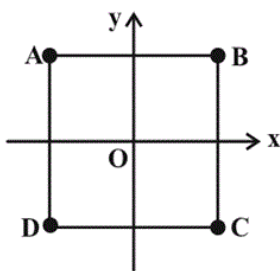
۲۱- چه تعداد از تبدیل‌های زیر جهت اشکال را حفظ نمی‌کند؟

- | الف) تجانس مستقیم | ب) تجانس معکوس | پ) دوران | ت) انتقال |
|-------------------|----------------|----------|-----------|
| (۱) صفر | | (۲) ۱ | |
| (۳) ۲ | | (۴) ۳ | |

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲۲- مجانس مربع ABCD را به مرکز O و نسبت $\frac{1}{2}$ و ۲ به ترتیب $A'B'C'D'$ و $A''B''C''D''$ می‌نامیم. برای تبدیل مربع $A'B'C'D'$ به $A''B''C''D''$



$A''B''C''D''$ تجانس به مرکز O با چه نسبتی لازم است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۸

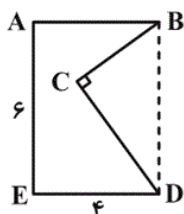
دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲۳- مطابق شکل زیر قطعه زمینی به صورت پنج‌ضلعی ABCDE مفروض است. اگر ABDE مستطیل و $\hat{BDC} = 30^\circ$ و بخوایم با استفاده

از تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع این چندضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم، حداکثر مقدار این افزایش مساحت

کدام است؟



- (۱) ۹
 (۲) $9\sqrt{3}$
 (۳) ۱۸
 (۴) $18\sqrt{3}$

۲۴- ترکیب کدام دو تبدیل هندسی زیر، یک تبدیل همانی نیست؟

(۲) دو بازتاب متوالی نسبت به خط d

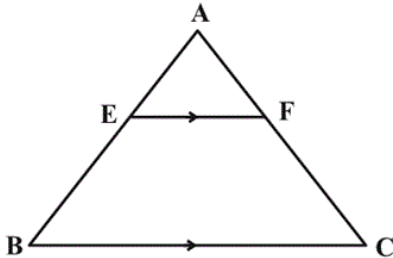
(۱) دو انتقال با بردارهای \vec{v} و $-\vec{v}$

(۴) دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه 90° در جهت ساعتگرد

(۳) دو تجانس متوالی به مرکز O و نسبت (-1)

۲۵- دو مثلث متساوی‌الاضلاع به اضلاع ۱ و ۴ مطابق شکل مفروضند. اگر $BC \parallel EF$ ، فاصله مرکز تجانس مستقیم تا مرکز تجانس معکوس BC

و EF چقدر است؟



(۲) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

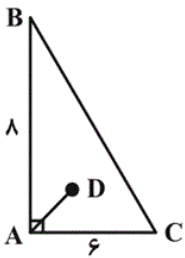
(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

۲۶- به کمک انتقالی به اندازه AD ، مثلث ABC را منتقل می‌کنیم. مساحت بین مثلث و مثلث انتقال یافته کدام است؟ (D نقطه هم‌رسی

نیمسازها داخلی)



(۲) $\frac{25}{2}$

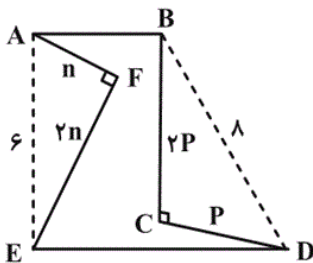
(۱) $\frac{25}{4}$

(۴) $\frac{25}{6}$

(۳) $\frac{25}{3}$

۲۷- در دو مثلث قائم‌الزاویه BCD و AEF از شش‌ضلعی زیر، نسبت طول اضلاع قائمه $\frac{1}{2}$ است. اگر بدون تغییر محیط شش‌ضلعی، مساحت آن

را تا حد امکان افزایش دهیم، مساحت آن ۳ برابر می‌شود. مساحت اولیه شش‌ضلعی چقدر است؟



(۱) ۱۶

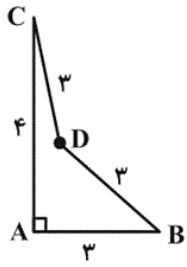
(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۳۰

۲۸- در شکل روبه‌رو زاویه $\widehat{CDB} = 12^\circ$ می‌باشد. نقطه D' طوری انتخاب شده که چهارضلعی محدب $ABD'C$ حداکثر مساحت را دارد

به طوری که محیط چهارضلعی $ABD'C$ با محیط چهارضلعی نامحدب $ABDC$ برابر است. این مساحت کدام است؟



$$3 + \frac{9}{4}\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6 + \frac{9}{2}\sqrt{3} \quad (1)$$

$$6 + \frac{9}{4}\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 + \frac{9}{2}\sqrt{3} \quad (3)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲۹- اگر ترکیب دوران با زاویه‌های 3θ و $2\theta + \theta$ یک تجانس معکوس باشد، θ کدام می‌تواند باشد؟

$$5^\circ \quad (2)$$

$$6^\circ \quad (1)$$

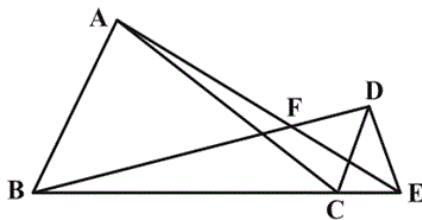
(۴) چنین چیزی ممکن نیست

$$4^\circ \quad (3)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۰- در شکل زیر، مثلث‌های ABC و DEC متساوی‌الاضلاع هستند، زاویه AFB چقدر است؟



$$3^\circ \quad (1)$$

$$45^\circ \quad (2)$$

$$6^\circ \quad (3)$$

$$75^\circ \quad (4)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

حسابان یازدهم - آشنا ، **مثلات** - ۸ سوال - دبیر ناصر قراچی

۱۱- انتهای کمان‌های $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ به ازای هر مقدار $(k \in \mathbb{Z})$ بر روی دایره‌ای به شعاع واحد، چه شکلی پدید می‌آورند؟

(۲) مربع

(۱) مثلث متساوی‌الساقین

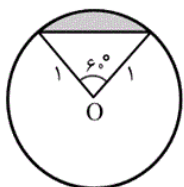
(۴) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۳) پنج ضلعی

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۲- در شکل زیر، شعاع دایره یک سانتی‌متر است، مساحت سطح سایه زده شده چند سانتی‌متر مربع است؟



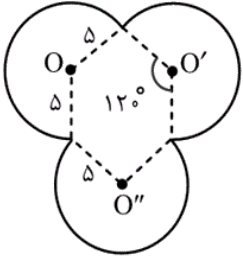
$$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

۱۳- محیط شکل متقارن مقابل کدام است؟



(۱) 30π

(۲) 40π

(۳) 50π

(۴) 20π

۱۴- حاصل $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8}$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۸

(۳) ۴

۱۵- نسبت‌های مثلثاتی کدام زاویه‌ی زیر، با نسبت‌های مثلثاتی بقیه زاویه‌ها، متفاوت است؟

(۲) -702°

(۱) 378°

(۴) $\frac{-37\pi}{10}$

(۳) $\frac{\pi}{10}$

۱۶- برای رسم نمودار تابع $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ باید نمودار این تابع را ... واحد به ... در راستای محور x ها

انتقال دهیم.

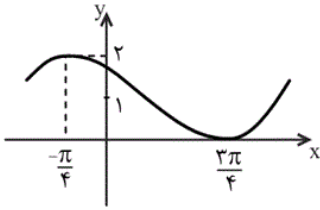
(۲) $\frac{2\pi}{3}$ ، راست

(۱) $\frac{\pi}{3}$ ، چپ

(۴) $\frac{\pi}{3}$ ، راست

(۳) $\frac{2\pi}{3}$ ، چپ

۱۷- ضابطه‌ی تابع نمودار زیر، کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) $y = \cos(x - \frac{\pi}{4}) + 2$

(۲) $y = \cos(x + \frac{\pi}{4}) + 1$

(۳) $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 2$

(۴) $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۸- مجموع طول نقاط تلاقی نمودار تابع $y = \sin x$ در بازه $(-2\pi, 3\pi)$ ، با محور x ها کدام است؟

(۲) π

(۱) 2π

(۴) 3π

(۳) صفر

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

حسابان یازدهم - آشنا ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۲ سوال - دبیر ناصر قراچی

۱۹- از دو معادله $2^x + 4^x = 72$ و $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲۰- برای بیهوش کردن یک پرنده، ۲۰ میلی‌گرم دارو برای هر یک کیلوگرم وزن لازم است. اگر نیم عمر دارو ۳ ساعت باشد، چند میلی‌گرم دارو

برای بیهوش نگه‌داشتن پرنده ۱۰ کیلوگرمی در مدت نیم‌ساعت لازم است؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 113 = 2.05$)

(۲) ۲۱۶

(۱) ۲۱۳

(۴) ۲۲۶

(۳) ۲۲۴

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

آمار و احتمال یازدهم ، احتمال - ۱۰ سوال - دبیر ناصر قراچی

۳۱- احتمال موفقیت عمل پیوند کلیه روی یک بیمار $\frac{7}{10}$ و روی بیمار دیگر $\frac{8}{10}$ است. اگر این عمل روی این دو نفر انجام شود، با کدام احتمال

روی هیچ کدام موفقیت آمیز نیست؟

- | | |
|----------|----------|
| ۰/۲۴ (۱) | ۰/۱۵ (۲) |
| ۰/۱۲ (۳) | ۰/۰۶ (۴) |

آزمون ۱۸ اسفند دبیر : ناصر قراچی

۳۲- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. می دانیم عدد رو شده در یکی از تاس ها دو برابر دیگری است. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده اول است؟

- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{1}{6}$ (۱) | $\frac{1}{2}$ (۲) |
| $\frac{1}{3}$ (۳) | $\frac{2}{3}$ (۴) |

آزمون ۱۸ اسفند دبیر : ناصر قراچی

۳۳- کیسه ای شامل ۴ مهره آبی و k مهره قرمز است. دو مهره پی در پی و بدون جایگذاری از کیسه انتخاب می کنیم. احتمال آبی بودن مهره اول و قرمز بودن مهره دوم برابر $\frac{1}{2}$ باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۵ (۱) | ۶ (۲) |
| ۱۲ (۳) | ۱۳ (۴) |

آزمون ۱۸ اسفند دبیر : ناصر قراچی

۳۴- سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر «رو» آمد یک تاس و در غیر این صورت دو تاس پرتاب می کنیم. احتمال مشاهده حداقل یک بار عدد ۶ چقدر است؟

- | | |
|-------------------|---------------------|
| $\frac{1}{4}$ (۱) | $\frac{17}{72}$ (۲) |
| $\frac{1}{6}$ (۳) | $\frac{11}{36}$ (۴) |

آزمون ۱۸ اسفند دبیر : ناصر قراچی

۳۵- احتمال این که علی کنکور امتحان بدهد برابر $\frac{8}{10}$ است و احتمال این که در کنکور قبول نشود $\frac{6}{10}$ است، احتمال این که علی کنکور بدهد و در کنکور قبول شود، کدام است؟

- | | |
|----------|----------|
| ۰/۱۶ (۱) | ۰/۳۲ (۲) |
| ۰/۶۴ (۳) | ۰/۴۸ (۴) |

آزمون ۱۸ اسفند دبیر : ناصر قراچی

۳۶- در دو جعبه به ترتیب ۱۸ و ۱۰ سیب موجود است، در جعبه اول ۱۴ سیب سالم و در جعبه دوم ۸ سیب سالم است. از جعبه اول ۴ سیب و

از جعبه دوم ۶ سیب به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار دهیم با کدام احتمال یک سیب انتخابی از جعبه جدید سالم نباشد؟

- (۱) $\frac{47}{225}$ (۲) $\frac{19}{225}$
- (۳) $\frac{19}{450}$ (۴) $\frac{47}{450}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۷- اگر A و B دو پیشامد مستقل از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A \cap B) = 0/2$ و $P(A \cup B) = 0/8$ و $P(A) > P(A')$ ،

آنگاه $P(B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{10}(\sqrt{5}-5)$ (۲) $\frac{1}{20}(\sqrt{5}-5)$
- (۳) $\frac{1}{10}(\sqrt{5}+5)$ (۴) $\frac{1}{20}(\sqrt{5}+5)$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۸- سه ماشین A_1, A_2, A_3 به ترتیب ۴۰، ۱۵ و ۴۵ درصد از محصولات یک کارخانه را تولید می‌کنند و به ترتیب ۳، ۲ و ۵ درصد محصولات

تولیدی آن‌ها معیوب است اگر محصولی به تصادف انتخاب کرده و آن محصول خراب باشد احتمال آنکه محصول توسط ماشین A_1 تولید

شده باشد کدام است؟

- (۱) $0/20$ (۲) $0/24$
- (۳) $0/32$ (۴) $0/36$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۹- در یک خانواده سه فرزندی، حداقل یکی از فرزندان پسر است، احتمال آنکه در این خانواده تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد چند برابر

احتمال آن است که تعداد فرزندان دختر از پسر بیشتر باشد؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۴۰- احتمال آنکه دانش‌آموزی دو مسئله A و B را حل کند به ترتیب $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{3}$ است اگر مسئله A را حل کند با احتمال $\frac{1}{8}$ مساله B را هم

حل می‌کند، اگر مسئله A را حل نکند با چه احتمالی مسئله B را حل می‌کند؟

۲) $\frac{1}{1}$

۱) $\frac{1}{5}$

۴) $\frac{1}{15}$

۳) $\frac{1}{12}$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱- گزینه «۳»

(امیر هوشنگ فمسه)

می دانیم $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha$ ، بنابراین:

$$\pi = 3/14 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3/14}{2} = 1/57$$

$$\cos(2/57) = \cos(1 + 1/57) = \cos(1 + \frac{\pi}{2}) = -\sin 1$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲- گزینه «۱»

(مهدی پیرانوند)

با توجه به رابطه روبه‌رو، داریم:

$$\theta = \frac{L}{R} = \frac{1610}{6440} = \frac{1}{4} \text{ rad}$$

از طرفی می‌دانیم هر رادیان تقریباً 57° است، پس:

$$\theta = \frac{1}{4} \times 57^\circ = 14/25^\circ$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

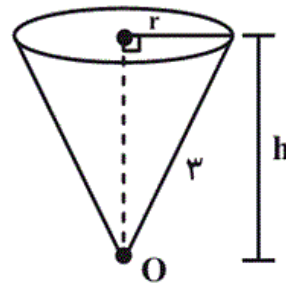
$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} = -\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$$

$$\widehat{AB} = OA \times \alpha \Rightarrow \widehat{AB} = 3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi$$

$$= \text{محیط قاعده مخروط} = 2\pi r \Rightarrow r = 1$$

با توجه به شکل زیر، داریم:



$$r^2 + h^2 = 3^2 \Rightarrow 1 + h^2 = 9 \Rightarrow h = 2\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (1)^2 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \pi$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

به ساده کردن هر یک از نسبت‌های مثلثاتی می‌پردازیم:

$$\cos\left(\frac{19\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{18\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(-\frac{41\pi}{4}\right) &= \cos\left(\frac{41\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{40\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(10\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right) &= \tan\left(\frac{8\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\tan\frac{\pi}{4} = -1 \end{aligned}$$

$$\cot\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{12\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + (-1)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{12}$$

(مسابقه ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

در چهارضلعی محاطی ABCD (چهارضلعی ای که هر چهار رأس آن روی محیط

یک دایره باشد) داریم:

$$\hat{A} + \hat{C} = \pi$$

در نتیجه:

$$\sin \hat{A} = \sin(\pi - \hat{C}) = \sin \hat{C}$$

$$\cos \hat{A} = \cos(\pi - \hat{C}) = -\cos \hat{C}$$

بنابراین در بین گزینه‌های داده شده، تنها گزینه (۱) همواره درست است.

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

با ساده کردن هر یک از نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\sin\left(\alpha - \frac{13\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{13\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$= -\cos \alpha$$

$$\cos(17\pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{15\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot(\alpha - 15\pi) = -\cot(15\pi - \alpha) = -\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$A = \frac{3(-\cos \alpha) + 2(-\cos \alpha)}{3 \cot \alpha - 2 \cot \alpha} = \frac{-5 \cos \alpha}{\cot \alpha}$$

$$= -5 \sin \alpha \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = -5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

$$\sin \alpha = -\frac{1}{3}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

حداکثر مقدار تابع $f(x) = a + b \sin(x + c)$ برابر $a + |b|$ است. چون

حداکثر مقدار این تابع $\frac{3}{2}$ است، داریم:

$$a + |-1| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow f(\pi) = \frac{1}{2} - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

با توجه به شکل داده شده ضریب $\cos X$ عددی منفی است، پس کمترین و بیشترین مقدار این تابع به صورت زیر می باشد.

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{\times a < 0} -a \geq a \cos x \geq a \xrightarrow{+b} b - a \geq a \cos x + b \geq a + b$$

$$\text{کمترین} - \text{بیشترین} = 4 \Rightarrow (b - a) - (a + b) = 4$$

$$\Rightarrow -2a = 4 \Rightarrow a = -2$$

$$y = -2 \cos x + b \xrightarrow{(\frac{2\pi}{3}, 6)} 6 = -2 \cos(\frac{2\pi}{3}) + b$$

$$\Rightarrow 6 = -2 \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) + b \Rightarrow 6 = -2(-\cos \frac{\pi}{3}) + b$$

$$\Rightarrow 6 = -2(-\frac{1}{2}) + b \Rightarrow b = 5$$

$$f(x) = -2 \cos x + 5 \Rightarrow f(\frac{\pi}{2} + \alpha) - 4$$

$$= -2 \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + 5 - 4 = 2 \sin \alpha + 1$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه های ۹۸ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

در معادله داده شده زیر، داریم:

$$\sqrt{x} + 1 = a \Rightarrow x = (a - 1)^2$$

حال $x = (a - 1)^2$ را در معادله $\log_3^2 x = \sqrt{x} + 1$ جایگذاری می‌کنیم:

$$(a - 1)^2 \log_3^2 = a \Rightarrow (a - 1)^{\log_3^4} = a$$

$$\xrightarrow{\text{در پایه } a-1 \text{ لگاریتم می‌گیریم}} \log_{a-1}^{(a-1)^{\log_3^4}} = \log_{a-1}^a$$

$$\Rightarrow (\log_3^4) \cancel{(\log_{a-1}^{a-1})} = \log_{a-1}^a \Rightarrow \log_3^4 = \log_{a-1}^a$$

$$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 4 \Rightarrow x = 9$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned} \log_6^2 = a &\Rightarrow \log_6^6 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^3 = \frac{1}{a} \\ \Rightarrow 1 + \log_2^3 &= \frac{1}{a} \Rightarrow \log_2^3 = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1-a}{a} \\ \Rightarrow \log_2^2 &= \frac{a}{1-a} \quad (*) \end{aligned}$$

حاصل خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} \log_3^{18} &= \log_3^{3^2} + \log_3^2 = 2 \log_3^3 + \log_3^2 \\ &\xrightarrow{(*)} 2 + \frac{a}{1-a} = \frac{2-2a+a}{1-a} = \frac{2-a}{1-a} \end{aligned}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

انتقال، دوران و تجانس چه مستقیم و چه معکوس همگی جهت اشکال را حفظ می‌کنند، پس بین تبدیل‌های مورد اشاره در بخش‌های (الف) تا (ت)، تبدیلی وجود ندارد که جهت اشکال را حفظ نکند.

(هنر ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۳۸)

۴

۳

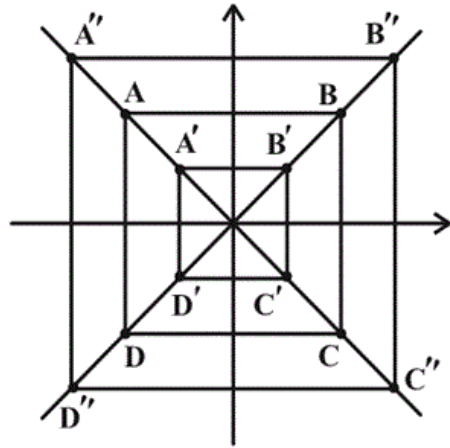
۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

مربع ABCD و مجانس‌های آن را به نسبت‌های $\frac{1}{3}$ و ۲ با توجه به شکل مربع $A''B''C''D''$ مجانس مربع $A'B'C'D'$ با نسبت ۴ می‌باشد.



(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳

۲ ✓

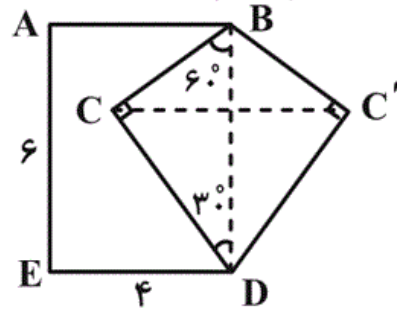
۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی ABCDE، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم. اگر بازتاب یافته نقطه C را C' بنامیم، آنگاه دو مثلث BCD و BC'D هم‌نهشت هستند. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه‌رو به

زاویای 30° و 60° درجه به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس مطابق شکل داریم:



$$BC = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$DC = \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{میزان افزایش مساحت} = 2S_{BCD} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

۲۴- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومصوب)

ترکیب دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه 90° در جهت ساعتگرد، یک دوران 180° است. دوران تنها در صورتی تبدیل همانی است که زاویه دوران مضربی از 360° باشد و در غیر این صورت موقعیت نقطه در صفحه تغییر می‌کند. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» ترکیب دو تبدیل هندسی مشخص شده یک تبدیل همانی است.

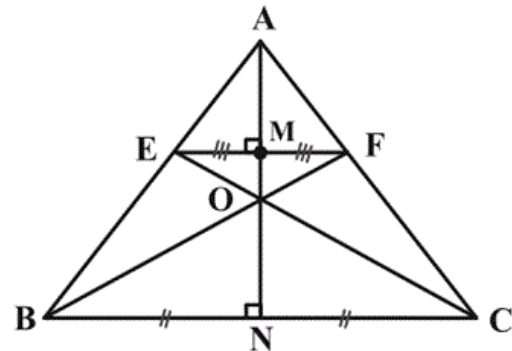
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه ۱۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

۲۵- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

مطابق شکل A مرکز تجانس مستقیم و O مرکز تجانس معکوس است.



$$\triangle OEF \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\text{میانۀ } AN = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}, \text{ میانۀ } AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM + ON = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

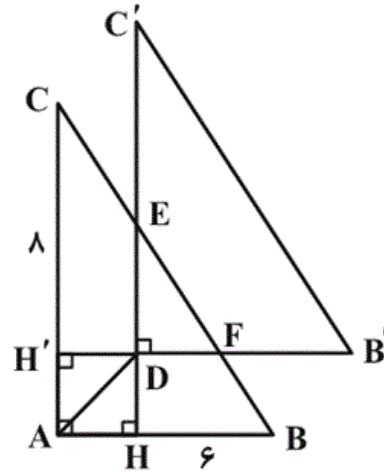
$$ON = 4OM \Rightarrow OM + 4OM = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

$$\Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نقطه هم‌مرسی نیمسازها در مثلث از سه ضلع به یک فاصله است و این فاصله شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است.



$$r = DH = DH' = \frac{S}{P} = \frac{\frac{6 \times 8}{2}}{\frac{6 + 8 + 10}{2}} = \frac{24}{24} = 2$$

از طرفی چهارضلعی DHAH' مربع است.

$$(A = H = H' = 90^\circ, DH = DH')$$

$$AD = \sqrt{2}DH = \sqrt{2}(2) = 2\sqrt{2}$$

طول بردار انتقال $2\sqrt{2}$ است.

$$\Delta ABC : HE \parallel AC \Rightarrow \frac{HE}{AC} = \frac{HB}{AB} \Rightarrow \frac{2 + DE}{8} = \frac{6 - 2}{6}$$

$$\Rightarrow 2 + DE = \frac{16}{3} \Rightarrow DE = \frac{10}{3}$$

$$\Delta A'B'C' : H'F \parallel A'B' \Rightarrow \frac{H'F}{A'B'} = \frac{H'C'}{A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{2 + DF}{6} = \frac{8 - 2}{8} \Rightarrow 2 + DF = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2}$$

$$S_{DEF} = \frac{1}{2} DE \times DF = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

۲۷- گزینه ۲»

(مهردار ملونری)

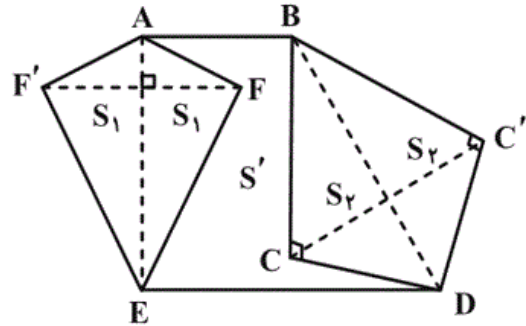
توسط قضیه فیثاغورس، طول اضلاع قائمه دو مثلث AEF و BCD را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} n^2 + (2n)^2 = 6^2 \Rightarrow n = \frac{6}{\sqrt{5}}, 2n = \frac{12}{\sqrt{5}} \\ p^2 + (2p)^2 = 8^2 \Rightarrow p = \frac{8}{\sqrt{5}}, 2p = \frac{16}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

مساحت هر یک از مثلث های مذکور برابر می شود با:

$$\begin{cases} S_1 = S_{AEF} = \frac{1}{2}(n) \times (2n) = \frac{36}{5} \\ S_2 = S_{BCD} = \frac{1}{2}(p) \times (2p) = \frac{64}{5} \end{cases}$$

مطابق شکل بازتاب نقاط C و F به ترتیب نسبت به خطوط BD و AE، بدون تغییر محیط، مساحت شش ضلعی مورد نظر را تا حد امکان می توان افزایش داد. اگر مساحت شش ضلعی اولیه را S' بگیریم، آنگاه طبق فرض داریم:



$$S' + 2S_1 + 2S_2 = 3S' \Rightarrow S' = S_1 + S_2 = \frac{36}{5} + \frac{64}{5} = 20$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۴

۳

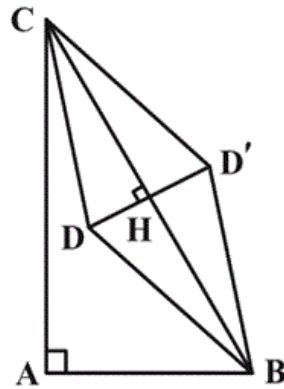
۲ ✓

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

بازتاب نقطه D را نسبت به وتر BC به دست می آوریم و D' می نامیم.



$$S_{\Delta DBC} = \frac{1}{2} DB \times DC \times \sin 120^\circ = \frac{9}{4} \sqrt{3}$$

$$S_{ABD'C} = S_{\Delta ABC} + S_{D'BC} = \frac{1}{2} (3 \times 4) + \frac{9}{4} \sqrt{3}$$

$$S_{ABD'C} = 6 + \frac{9}{4} \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

ترکیب دو دوران همواره یک دوران است و تنها دورانی که تجانس معکوس نیز محسوب می شود، دوران 180° یا به طور کلی مضارب فرد 180° است که تجانس با نسبت $k = -1$ است. در ترکیب دو دوران، زاویه های دوران با هم جمع می شوند. بنابراین:

$$3\theta + \theta + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4\theta = 160^\circ \Rightarrow \theta = 40^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه های ۴۰ تا ۴۹)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۰- گزینه «۳»

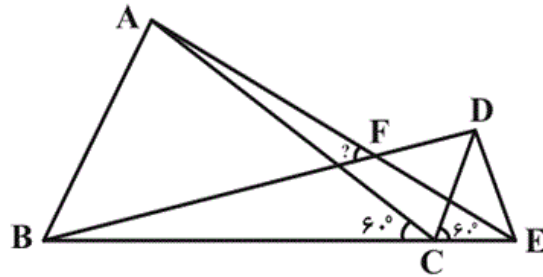
(فرید غلامی)

با توجه به شکل نقطه E با یک دوران به مرکز C و زاویه 60° به نقطه D نگاشته می‌شود.

نقطه A نیز با یک دوران 60° به مرکز C به نقطه B نگاشته می‌شود. در واقع

با این دوران، مثلث ACE روی مثلث BCD تصویر می‌شود. بنابراین زاویه

$\triangle AFB$ برابر 60° خواهد بود.



(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

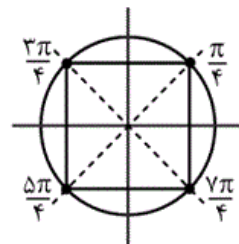
۱۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

مطابق شکل زیر، انتهای کمان‌های $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{(2k+1)\pi}{4}$ بر کمان‌های

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ منطبق هستند که از به هم وصل کردن آنها یک مربع

پدید می‌آید.



(مسایان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

مساحت قسمت سایه زده شده برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث} - \text{مساحت قطاع} = \text{مساحت سایه زده شده}$$

$$\text{مساحت سایه زده شده} = \frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2}r^2 \sin \theta$$

$$r = 1 \text{ و } \theta = \frac{\pi}{3}, \text{ بنابراین:}$$

$$\text{مساحت سایه زده شده} = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \times 1^2 \times \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\text{مساحت سایه زده شده} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

شکل متقارن است، پس برای یافتن محیط، کافی است طول کمان روبه‌رو به زاویه‌ی

24° در دایره به شعاع ۵ را سه برابر کنیم.

طول کمان $\times 3 =$ محیط

$$\text{طول کمان} = r\theta = 5 \times 24^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = 5 \times \frac{4\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 3 \times \frac{20\pi}{3} = 20\pi$$

(مسئله‌ها ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۴- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

می‌دانیم اگر دو زاویه متمم هم باشند، آنگاه سینوس یکی با کسینوس دیگری برابر

است، در این سؤال داریم:

$$\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{3\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{8}$$

بنابراین:

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} = 1$$

(مسئله‌ها ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های هم‌انتهای با هم برابرند. زاویه‌ها را در صورت لزوم به

صورت α یا $2k\pi$ یا $k \cdot 360^\circ$ ($k \in Z$) تبدیل می‌کنیم.

$$378^\circ = 360^\circ + 18^\circ \quad \checkmark \quad \text{گزینه‌ی (۱):}$$

$$-702^\circ = -2 \times 360^\circ + 18^\circ \quad \checkmark \quad \text{گزینه‌ی (۲):}$$

$$\text{گزینه‌ی (۳):} \quad \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{10} \times \frac{18^\circ}{\pi} = 18^\circ \quad \checkmark$$

گزینه‌ی (۴):

$$\frac{-37\pi}{10} = \frac{-40\pi + 3\pi}{10} = -4\pi + \frac{3\pi}{10} = -2 \times 360^\circ + 54^\circ$$

بنابراین نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\frac{-37\pi}{10}$ با بقیه زاویا متفاوت است.

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱

با انتقال $\frac{\pi}{2}$ واحد نمودار تابع $y = \cos x$ به راست، نمودار تابع $y = \sin x$

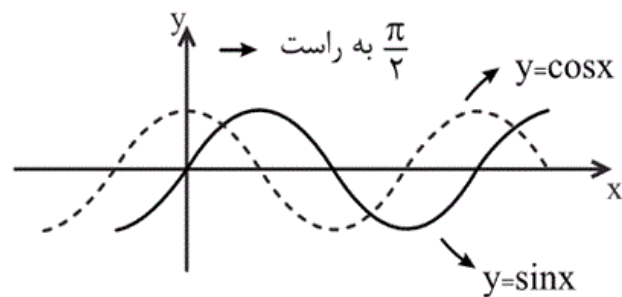
به دست می‌آید.

همچنین برای رسم تابع $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ ، کافی است نمودار تابع

$y = \sin x$ را $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ انتقال دهیم، در نتیجه برای رسم نمودار تابع

$y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ ، کافی است نمودار

این تابع را $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ واحد به راست انتقال دهیم.



(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

نقاط $(-\frac{\pi}{4}, 2)$ و $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ روی نمودار قرار دارند که این نقاط فقط در

تابع گزینه «۲» صدق می‌کنند.

$$x = \frac{-\pi}{4} \Rightarrow y = \cos\left(\frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow y = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

(مسئله ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

طول نقاط تلاقی نمودار تابع $y = \sin x$ با محور x ها، مضارب صحیح π

هستند، بنابراین در بازه $(-2\pi, 3\pi)$ این طول‌ها عبارتند از:

$-\pi, 0, \pi, 2\pi$

بنابراین مجموع این طول‌ها، 2π است.

(مسئله ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

در معادله $۲^X + ۴^X = ۷۲$ با فرض $۲^X = t > ۰$ به معادله زیر می‌رسیم:

$$(۲^X)^2 + ۲^X = ۷۲ \Rightarrow t^2 + t - ۷۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (t + ۹)(t - ۸) = ۰ \xrightarrow{t > ۰} t = ۸$$

پس $۲^X = ۸$ و از آنجا $X = ۳$ ، با قرار دادن این مقدار در معادله دوم خواهیم داشت:

$$\log(x + ۱) + \log(۲y + x^2) = ۲$$

$$\xrightarrow{x=3} \log ۴ + \log(۲y + ۹) = ۲$$

$$\Rightarrow \log(۴(۲y + ۹)) = ۲ \Rightarrow ۴(۲y + ۹) = ۱۰^2 = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲y + ۹ = ۲۵ \Rightarrow y = ۸$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

مقدار ماده‌ی باقی‌مانده از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

که m_0 مقدار ماده‌ی اولیه و T بر حسب ساعت است.

طبق اطلاعات مسأله، باید بعد از $\frac{1}{2}$ ساعت، ۲۰۰ میلی‌گرم دارو در بدن پرنده باقی

ماده‌ی اولیه) را به دست آوریم:

$$2000 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \Rightarrow 2000 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$$

از طرفین لگاریتم در پایه‌ی ۱۰ می‌گیریم:

$$\log 2000 = \log m_0 + \log \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow \log 2 + \log 1000 = \log m_0 - \frac{1}{6} \log 2$$

$$\Rightarrow \log m_0 = 0/3 + 2 + \frac{1}{6} \times 0/3$$

$$= 0/3 + \underbrace{2/05 = \log 113}_{2 + 0/05} = \log 2 + \log 113$$

$$\Rightarrow \log m_0 = \log 2 \times 113 \Rightarrow m_0 = 226 \text{ گرم}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۱- گزینه ۴»

(امیرحسین ابومصوب)

فرض کنید پیشامدهای موفق بودن عمل پیوند کلیه روی این دو بیمار را به ترتیب با A و B نمایش دهیم. این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند، پس A' و B' نیز مستقل هستند و در نتیجه احتمال موفقیت آمیز نبودن عمل روی هر دو نفر برابر است با:

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0/3 \times 0/2 = 0/6$$

(آمار و احتمال - مشابه تمرین ۶ صفحه ۶۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۲- گزینه ۳»

(افشین فاصه‌فان)

احتمال شرطی با کاهش فضای نمونه است.

فضای نمونه کاهش یافته:

$$B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 6), (6, 3)\}$$

$$A = \{(1, 2), (2, 1)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۳- گزینه «۴»

(مهریار، اشری)

کیسه شامل $k + 4$ مهره است. مهره اول باید آبی باشد و مهره دوم قرمز، پس:

$$P(\text{دومی قرمز، اولی آبی}) = \frac{4}{k+4} \times \frac{k}{(k+4)-1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 20k = (k+4)(k+3) \Rightarrow k^2 - 13k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (k-12)(k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=12 \end{cases}$$

مجموع مقادیر قابل قبول برای k برابر با ۱۳ است

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۴- گزینه «۲»

(مهرراد ملونری)

براساس صورت سؤال، نمودار درختی زیر را رسم می‌کنیم:

$$\begin{array}{l} \text{رو} \quad \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{حداقل یک عدد ۶}} \frac{1}{6} \\ \text{پشت} \quad \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{حداقل یک عدد ۶}} 1 - \left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) \end{array}$$

در نتیجه طبق قانون احتمال کل و با توجه به نمودار درختی، احتمال مشاهده

حداقل یک بار عدد ۶ برابر خواهد شد با:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} = \frac{17}{72}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

$$P(\text{قبولی در کنکور}) = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$P(\text{کنکور بدهد و در کنکور قبول شود}) = 0/8 \times 0/4 = 0/32$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۱۴ سالم
۴ فاسد

۸ سالم
۲ فاسد

۴ از جعبه اول
۶ از جعبه دوم

جعبه جدید (۱۰ سیب) جعبه دوم (۱۰ سیب) جعبه اول (۱۸ سیب)

احتمال این که سیب خارج شده
از جعبه اول باشد.

↑

$$P = \frac{4}{10} \times \frac{4}{18}$$

↓

احتمال فاسد بودن سیب
جعبه اول

احتمال این که سیب خارج شده
از جعبه دوم باشد.

↑

$$+ \frac{6}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{47}{225}$$

↓

احتمال فاسد بودن سیب
جعبه دوم

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/2$ پس A و B مستقل هستند، پس

$$\underbrace{P(A \cup B)}_{0/8} = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0/2}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = 1$$

پس داریم $\begin{cases} P(A) \times P(B) = 0/2 \\ P(A) + P(B) = 1 \end{cases}$ ، پس $P(A)$ و $P(B)$ ریشه‌های

معادله $x^2 - x + 0/2 = 0$ هستند.

$$x^2 - x + 0/2 = 0 \Rightarrow 10x^2 - 10x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{20} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{10}$$

$$P(A) > P(A') \Rightarrow P(A) > 1 - P(A) \Rightarrow P(A) > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{5 + \sqrt{5}}{10} > \frac{1}{2}, P(B) = \frac{5 - \sqrt{5}}{10}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

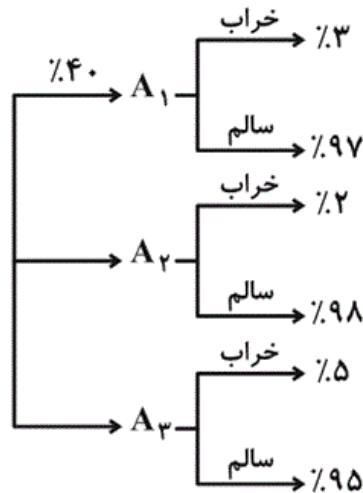
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با رسم نمودار درختی سوال را حل می‌کنیم:



احتمال خراب بودن:

$$\frac{40}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{15}{100} \times \frac{2}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{37}{500}$$

$$P(A_1 | \text{خراب بودن محصول}) = \frac{P(A_1 \cap \text{خراب بودن قطعه})}{P(\text{خراب بودن قطعه})}$$

$$= \frac{\frac{40}{100} \times \frac{3}{100}}{\frac{37}{500}} = \frac{120}{375} = \frac{120}{375} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25} = 0.32$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳۹- گزینه ۲»

(معمداً بر اھیم توزنده بانی)

از آن جایی که حداقل یکی از فرزندان پسر ایت لذا تعداد کل حالات این خانواده (فضای نمونه‌ای)

$$n(S) = 2^3 - 1 - 1 - 1 = 7$$

حال حالات را می‌نویسیم:

$$\text{پسر} = b \quad / \quad \text{دختر} = g$$

$$\{bbb / bgg / bbg / bgb / gbb / ggb / gbg\}$$

$$\frac{\text{فرزند پسر بیشتر}}{\text{فرزند دختر بیشتر}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{4}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۴۰- گزینه ۱»

(معمداً بر اھیم توزنده بانی)

$$P(A) = \frac{6}{10} = \text{احتمال حل مسئله } A$$

$$P(B) = \frac{5}{10} = \text{احتمال حل مسئله } B$$

$$P(B|A) = \frac{8}{10} = \text{احتمال حل مسئله } B \text{ به شرط حل مسئله } A$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{P(A \cap B)}{6/10}$$

$$P(A \cap B) = 4/10$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{5/10 - 4/10}{4/10} = \frac{1/10}{4/10} = 0.25$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند