سوالات کانون فرهنگی آموزش قلم چی ویژه دبیران آزمون ۱۴۰۲۱۲۱۸

ریاضي یازدهم ، مثلثات - ۶ سوال - دبیر ناصر قراچی

۶۱- اگر $\tan 15^\circ = 0/28$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin 15^\circ + \cos 75^\circ + \sin 105^\circ + \cos 165^\circ}{\sin 195^\circ + \cos 255^\circ + \sin 285^\circ + \cos 345^\circ}$ کدام است؟

۱) $0/56$ ۲) $-0/56$ ۳) ۱ ۴) -۱

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۲- اگر $\tan 53^\circ = \frac{4}{3}$ باشد و بدانیم $A = \frac{\tan^2 507^\circ - \sin 667^\circ}{1 - \cot 937^\circ}$، حاصل عبارت $\sqrt{-\frac{327}{A} + 1}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۳- حاصل عبارت $\sin^2(1230^\circ) + \tan^2(1110^\circ) - \cos(1320^\circ)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{5}{12}$ ۳) $\frac{7}{12}$ ۴) $\frac{13}{12}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۴- حداکثر مقدار تابع با ضابطهٔ $y = \cos x$ در نقاطی به طول‌های ..... به‌دست می‌آید. $(k \in z)$

۱) $x = ۲k\pi$

۲) $x = (۲k+۱)\pi$

۳) $x = k\pi$

۴) $x = k\pi \quad \frac{\pi}{۲}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۵- شکل نمودار تابع $y = \sin(۴\pi + x)$ در کدام بازهٔ با شکل نمودار آن در سایر بازه‌ها متفاوت است؟

۱) $[-۲\pi, ۰]$

۲) $[۴\pi, ۶\pi]$

۳) $[۳\pi, ۵\pi]$

۴) $[-۸\pi, -۶\pi]$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۶- نمودار تابع $y = -\cos(x + \frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $\left[\frac{۶۲۳\pi}{۳}, \frac{۶۲۶\pi}{۳}\right]$ به کدام صورت است؟

۱) افزایشی

۲) ابتدا کاهشی، سپس افزایشی

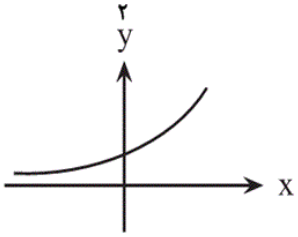
۳) ابتدا افزایشی، سپس کاهشی

۴) کاهشی

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

ریاضي یازدهم ، توابع نمايي و لگاريتمي - ۱۴ سوال - دبیر ناصر قراچی

۶۷- اگر نمودار تابع $y = (۲-m)^x$ به‌صورت مقابل باشد، کدام بیان در خصوص دو تابع قابل تعریف در دامنه‌هایشان $f(x) = \log_m^x$ و $g(x) = \log_{\frac{۱}{۲}}^x$ درست نیست؟



۱) نمودار تابع g در بازهٔ $(۰, \frac{۱}{۲})$ از نمودار تابع f پایین‌تر است.

۲) نمودار تابع f در بازهٔ $(۰,۱)$ از نمودار تابع g پایین‌تر است.

۳) نمودار تابع f در بازهٔ $(۱, +\infty)$ از نمودار تابع g پایین‌تر است.

۴) نمودار دو تابع در نقطهٔ $(۱,۰)$ همدیگر را قطع می‌کنند.

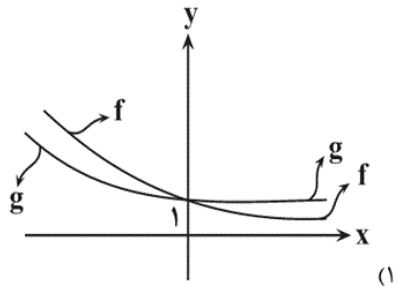
www.kanoon.ir

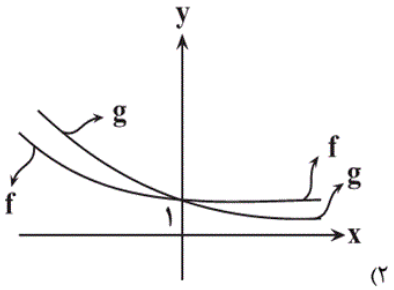
۶۸- اگر $\log ۲ \simeq ۰/۳$ و $\log ۳ \simeq ۰/۴۸$ باشد، مقدار عبارت $\log ۲۵ + \log \frac{۱}{۶} + \log_{۲}^{۳}$ کدام است؟

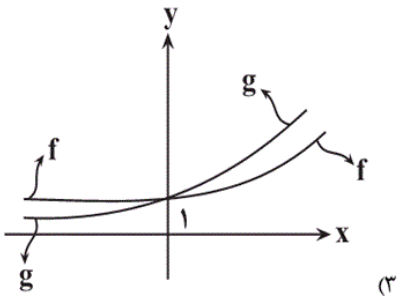
۱) ۲/۷۸ ۲) ۳/۷۸ ۳) ۲/۲۲ ۴) ۳/۲۲

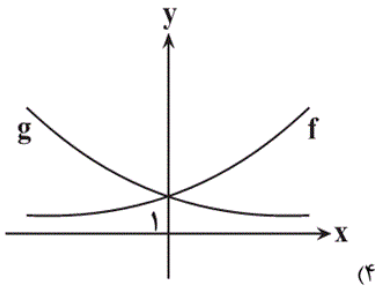
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۹- نمودار دو تابع $f(x) = (\frac{۱}{a})^x$ و $g(x) = b^x$ با شرط $a > ۱ > b > ۰$ و $ab < ۱$، به کدام صورت خواهد بود؟

۱)


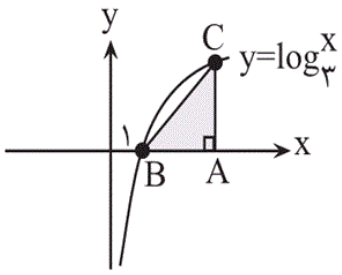
۲)


۳)


۴)


آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۰- مطابق شکل اگر اندازهٔ مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با اندازهٔ طول ضلع AB برابر باشد، اندازهٔ طول ضلع BC کدام است؟



۱) $\sqrt{۱۷}$

۲) $۲\sqrt{۱۷}$

۳) $\sqrt{۳۴}$

۴) $۲\sqrt{۳۴}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۱- جواب معادله $\log_{۴}(\log_{۲}(\log_{۳}(۲x-۱))) = \frac{۱}{۲}$ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۱ ۳) ۸۱ ۴) ۴۲

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۲- اگر در معادله $\log_{۵}۲۵x^{۲} + \log_{x}۲۵ = ۷$ ، $x_۱$ و $x_۲(x_۱ > x_۲)$ ریشه‌های معادله باشند، حاصل عبارت $(\log_{۰/۲}x_۱^{۲}) + (۹^{\log_{۳}^{x_۲}})$ کدام است؟

۱) -۹ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۹

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۳- جواب معادله $\frac{۱}{۳}\log_{۲}(۳x-۳)^{۳} + \log_{۲}(x-۱) = ۱$ کدام است؟

۱) $۱+\sqrt{\frac{۱}{۳}}$ ۲) $۲+\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۱}{۳}}+\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۴) $۱+\sqrt{\frac{۲}{۳}}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۴- اگر $\log_{۳}^{۲} = a$ باشد، حاصل $\log_{۶}^{۴}$ برحسب a کدام است؟

۱) ۲a ۲) $\frac{۲a}{a+۱}$ ۳) $\frac{a}{۲+۲a}$ ۴) $\frac{۲a}{a+۴}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

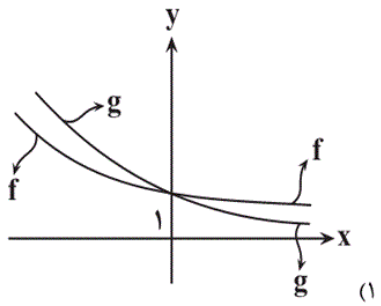
۷۵- اگر $(\frac{۲۵}{۹})^{۳} = (\frac{۳}{۵})^{۲x-۱}$ و $۴^{۵y-۱} = \frac{۱}{۶۴}$ باشند، حاصل xy کدام است؟

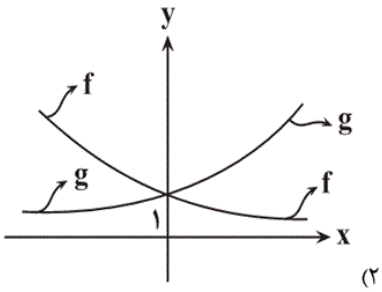
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

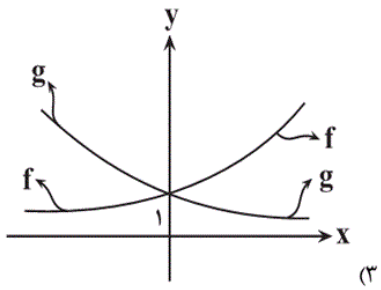
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

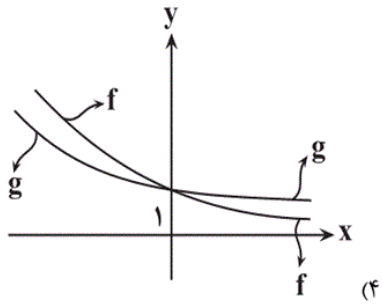
www.kanoon.ir

۷۶- نمودار دو تابع $f(x)=\frac{(\frac{۵}{۴})^x}{۴^{-x}}$ و $g(x)=\frac{(\frac{۲}{۷})^x}{۳^{-x}}$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱)


۲)


۳)


۴)


آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۷- برد تابع $f(x)=۴^{\log_{۴-[x]}^{(۳x-۶)}}$ شامل چند عدد طبیعی زوج است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۸- اگر $\log_y^x=\frac{۳}{۲}$ باشد، حاصل $\log\frac{xy^۲}{\sqrt{y}}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۹- مجموع ریشه‌های معادله $(۴^x-۵^{\log_۵^۳})(۲^x-۳^{\log_۳^۵})=۰$ کدام است؟

۱) $\log_۲^{۵\sqrt{۳}}$ ۲) $\log_۲^{۱۰}$ ۳) $\log_۲^{۵\sqrt{۲}}$ ۴) $\log_۲^{۳\sqrt{۲}}$

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۸۰- محل برخورد نمودار تابع نمایی $f(x)=۲^x-۶(\sqrt{۲})^x-۱۶$ با محور x ها از نقطهٔ $N(۲,۰)$ چقدر فاصله دارد؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) ۸

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۱- گزینهٔ «۴» (مهرداد استقلالیان)

برای محاسبهٔ عبارت $\frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۷۵^\circ + \sin ۱۰۵^\circ + \cos ۱۶۵^\circ}{\sin ۱۹۵^\circ + \cos ۲۵۵^\circ + \sin ۲۸۵^\circ + \cos ۳۴۵^\circ}$ خواهیم داشت:

$$\cos ۷۵^\circ = \cos(۹۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \ , \ \sin ۱۹۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ + ۱۵^\circ) = -\sin ۱۵^\circ$$
$$\sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ \ , \ \cos ۲۵۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\sin ۱۵^\circ$$
$$\cos ۱۶۵^\circ = \cos(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ \ , \ \sin ۲۸۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$$
$$\cos ۳۴۵^\circ = \cos(۳۶۰^\circ - ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = \frac{۲\sin ۱۵^\circ}{-۲\sin ۱۵^\circ} = -۱$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۲- گزینهٔ «۳»

(مهرداد استقلالیان)

برای محاسبهٔ عبارت $A=\frac{\tan^{۲}۵۰۷^{\circ}-\sin۶۶۷^{\circ}}{۱-\cot۹۳۷^{\circ}}$ خواهیم داشت:

$$\cot۵۳^{\circ}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow ۱+\cot^{۲}(۵۳^{\circ})=\frac{۱}{\sin^{۲}(۵۳)^{\circ}}$$

$$\Rightarrow \sin^{۲}(۵۳^{\circ})=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow \sin۵۳^{\circ}=\frac{۴}{۵}$$

$$\tan^{۲}(۵۰۷^{\circ})=\tan^{۲}(۵۴۰^{\circ}-۳۷^{\circ})=\tan^{۲}(-۳۷^{\circ})=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\sin(۶۶۷^{\circ})=\sin(۷۲۰^{\circ}-۵۳^{\circ})=\sin(-۵۳^{\circ})=-\frac{۴}{۵}$$

$$\cot(۹۳۷^{\circ})=\cot(۹۰۰^{\circ}+۳۷^{\circ})=\cot(۳۷^{\circ})=\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow A=\frac{\frac{۹}{۱۶}+\frac{۴}{۵}}{۱-\frac{۴}{۳}}=\frac{\frac{۱۰۹}{۸۰}}{-\frac{۱}{۳}}=\frac{-۳۲۷}{۸۰}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \sqrt{-\frac{۳۲۷}{A}+۱}=\sqrt{-۳۲۷\times\frac{-۸۰}{۳۲۷}+۱}=\sqrt{۸۱}=۹$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۶۳- گزینهٔ «۴»

(مهرداد استقلالیان)

برای محاسبهٔ عبارت $\sin^۲(۱۲۳۰^\circ)+\tan^۲(۱۱۱۰^\circ)-\cos(۱۳۲۰^\circ)$ داریم:

$$\sin^۲(۱۲۳۰^\circ)=\sin^۲(۱۲۶۰^\circ-۳۰^\circ)=(\sin(۷\times۱۸۰-۳۰^\circ))^۲=\sin^۲۳۰^\circ=\frac{۱}{۴}$$

$$\tan^۲(۱۱۱۰^\circ)=\tan^۲(۱۰۸۰^\circ+۳۰^\circ)=(\tan(۶\times۱۸۰+۳۰^\circ))^۲$$

$$=\tan^۲(۳۰^\circ)=\frac{۱}{۳}$$

$$\cos(۱۳۲۰^\circ)=\cos(۱۲۶۰^\circ+۶۰^\circ)=\cos(۷\times۱۸۰^\circ+۶۰^\circ)$$

$$=-\cos۶۰^\circ=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳}-(-\frac{۱}{۲})=\frac{۱۳}{۱۲}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

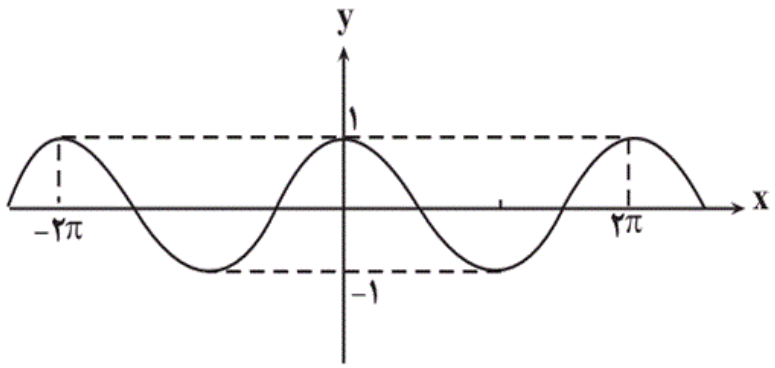
۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۴- گزینهٔ «۱»

(محمد بحیرایی)

با توجه به رسم تابع $y=\cos x$ می‌بینیم که حداکثر مقدار تابع برابر یک و در نقاطی به طول $x=۲k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$ اتفاق می‌افتد.



(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

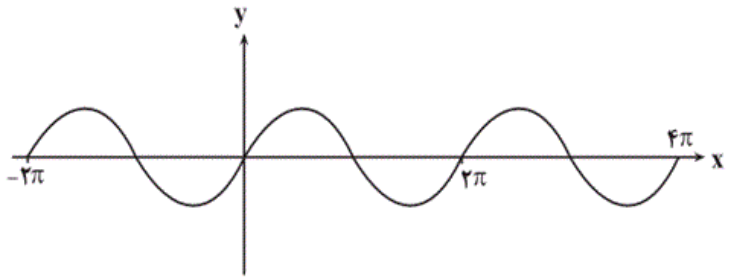
۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۵- گزینهٔ «۳»

(محمد بحیرایی)

با رسم تابع $y=\sin x$ می‌بینیم که شکل نمودار آن در بازه‌های $[0,2\pi]$ ، $[2\pi,4\pi]$ ... و به‌طور کلی در بازه‌های $[2k\pi,(2k+2)\pi]$ ، $k\in\mathbb{Z}$ یکسان است.



(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

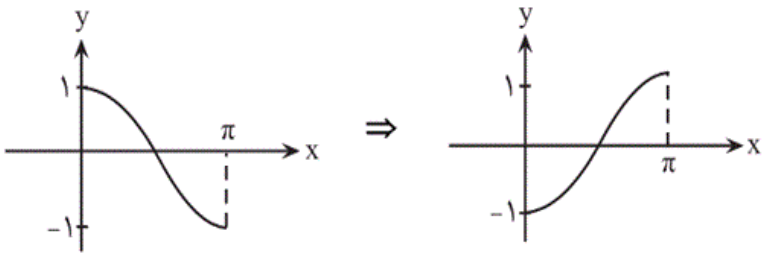
۶۶- گزینهٔ «۱»

(ابراهیم نجفی)

می‌دانیم که $x\in[\frac{۶۲۳\pi}{۳},\frac{۶۲۶\pi}{۳}]$ می‌باشد، بنابراین در ابتدا تغییرات کمان را تعیین می‌کنیم:

$$x+\frac{\pi}{۳}:\frac{۶۲۳\pi}{۳}+\frac{\pi}{۳}=\frac{۶۲۴\pi}{۳}=۲۰۸\pi$$
$$x+\frac{\pi}{۳}:\frac{۶۲۶\pi}{۳}+\frac{\pi}{۳}=\frac{۶۲۷\pi}{۳}=۲۰۹\pi$$
$$\Rightarrow[۲۰۸\pi,۲۰۹\pi]$$
$$\xrightarrow{\cos(۲۰۸\pi+x)=\cos x}[0,\pi]$$

و این یعنی باید نمودار تابع $y=\cos x$ را در بازهٔ $[0,\pi]$ رسم نموده و با توجه به منفی ضریب **cos**، نمودار را نسبت به محور **x** ها قرینه کنیم:



مشخص است که نمودار در بازه دادهٔ شده روند افزایشی دارد.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

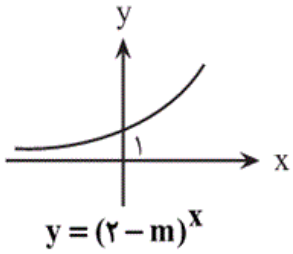
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۶۷- گزینهٔ «۲»

(ابراهیم نبفی)

با توجه به نمودار تابع نمایی درمی‌یابیم که تابع نمایی در حالت افزایش (صعودی) قرار دارد، پس:



$y=(۲-m)^x$

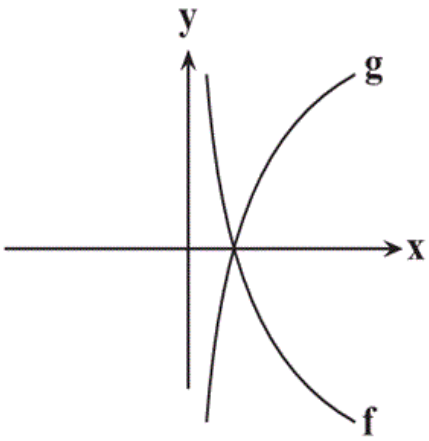
$\rightarrow ۲-m>۱\Rightarrow m<۱ \quad (۱)$

$m>۰, m\neq ۱ \quad (۲)$

از طرفی در تابع $y=\log_m^x$ داریم:

$\underrightarrow{(۱),(۲)} \; ۰<m<۱: g(x)=\log_{\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{x}}=\log_{۲^{-۱}}^{x^{-۱}}=\log_۲^x$

$, \; f(x)=\log_m^x; ۰<m<۱$



با توجه به نمودار دو تابع کاملاً روشن است که نمودار تابع f در بازه $(۰,۱)$ بالاتر از نمودار تابع g قرار دارد و همچنین در بازه $(۱,+\infty)$ نمودار تابع f پایین‌تر از نمودار تابع g است و در نقطهٔ $(۱,۰)$ برخورد دارند.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳ و ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۶۸- گزینهٔ «۳» (محمد بحیرایی)

$$\log_{10}^{25}=\log_{10}^{5^2}=2\log^5=2(\log\frac{10}{2})=2(1-\log 2)$$

$$=2(1-0/3)=2\times 0/7=1/4$$

$$\log\frac{1}{6}=\log^{6^{-1}}=-\log 6=-(\log^{2\times 3})$$

$$=-(\log 2+\log 3)=-(0/3+0/48)=-0/78$$

$$\log_2^3=\frac{\log^3}{\log^2}=\frac{0/48}{0/3}=1/6$$

$$\Rightarrow \text{عبارت}=1/4-0/78+1/6=2/22$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۶۹- گزینهٔ «۲» (ابراهیم نبفی)

$0<b<1\Rightarrow$ گزینه ۳ رد می‌شود

گزینه ۴ رد می‌شود. $a>1\Rightarrow \frac{1}{a}<1 \xrightarrow{\text{تابع نمایی است}} 0<\frac{1}{a}<1\Rightarrow$

$$0<\frac{1}{a}<1, 0<b<1\Rightarrow \begin{cases} b>\frac{1}{a}\Rightarrow ab>1\Rightarrow & \text{گزینه ۱ رد می‌شود.} \\ & \text{(با داده سوال متناقض است)} \\ b<\frac{1}{a}\Rightarrow ab<1\Rightarrow & \text{گزینه ۲ درست است.} \end{cases}$$

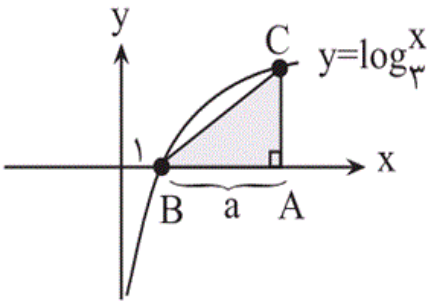
(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۰- گزینهٔ «۲» (نریمان فتح‌الهی)

مطابق شکل، نمودار محور xها را در نقطه‌ای به طول $x=1$ قطع می‌کند. طول ضلع AB را a در نظر می‌گیریم:



$$AB=a \Rightarrow AC=\log_3^{(a+1)}$$

$$\text{مساحت مثلث}: S=\frac{AB\times AC}{2} \xrightarrow{AB=S} AC=2$$

$$\log_3^{(a+1)}=2 \Rightarrow a+1=3^2=9 \Rightarrow a=8 \Rightarrow \begin{cases} AC=\log_3^9=2 \\ AB=8 \end{cases}$$

با توجه به نمودار دو تابع کاملاً روشن است که نمودار تابع f در بازه $(0,1)$ بالاتر از نمودار تابع g قرار دارد و همچنین در بازه $(1,+\infty)$ نمودار تابع f پایین‌تر از نمودار تابع g است و در نقطهٔ $(1,0)$ برخورد دارند.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳ و ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۱- گزینهٔ «۲» (محمد پاک نژاد)

به ترتیب با توجه به رابطهٔ $\log_b^a=c \Rightarrow a=b^c$ داریم:

$$\log_4(\log_2(\log_3^{(2x-1)}))=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_2(\log_3^{(2x-1)})=2$$

$$\log_3^{2x-1}=4 \rightarrow 2x-1=81 \rightarrow 2x=82 \rightarrow x=41$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷۲- گزینهٔ «۳» *(ابراهیم نبفی)*

$$\log_5^{25x^2} + \log_x^{25} = 7 \Rightarrow \log_5^{5^2} + \log_5^{x^2} + \log_x^{5^2} = 7$$

$$\Rightarrow 2\cancel{\log_5^5}^{1} + 2\log_5^x + 2\log_x^5 = 7 \xrightarrow[\log_x^5=\frac{1}{\log_5^x},\ \log_5^x=t]{} 2t + \frac{2}{t} = 5$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=9} t = \frac{5 \quad 3}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{t=\log_5^x} \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{0/2}^{x_1^2} + 9^{\log_3^{x_2}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(25)^2} + 9^{\log_3^{\sqrt{5}}} = \log_{5^{-1}}^{5^4} + (\sqrt{5})^{\log_3^{3^2}}$$

$$= \frac{4}{-1}\log_5^5 + (\sqrt{5})^2 = -4 + 5 = 1$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۳- گزینهٔ «۴» *(سعید پناهی)*

طبق خواص لگاریتم داریم:

$$\log_2(3x-3) + \log_2(x-1) = 1 \qquad ;x > 1$$

$$\Rightarrow \log_2 3(x-1) + \log_2(x-1) = 1 \Rightarrow \log_2 3(x-1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 3(x-1)^2 = 2 \Rightarrow (x-1)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x - 1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\xrightarrow{x>1} x = 1 + \sqrt{\frac{2}{3}}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷۴- گزینهٔ «۲» *(سعید پناهی)*

$$\log_{۲}^{۶}=\log_{۲}^{۲\times۳}=\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}=۱+\frac{۱}{a}=\frac{a+۱}{a}$$

$$\log_{۶}^{۴}=\log_{۶}^{۲^{۲}}=۲\log_{۶}^{۲}=\frac{۲}{\log_{۲}^{۶}}=\frac{۲}{\frac{a+۱}{a}}=\frac{۲a}{a+۱}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۵- گزینهٔ «۱» *(امیر زراندوز)*

$$(\frac{۳}{۵})^{۲x-۱}=(\frac{۲۵}{۹})^{۳}\Rightarrow(\frac{۳}{۵})^{۲x-۱}=(\frac{۹}{۲۵})^{-۳}$$

$$\Rightarrow(\frac{۳}{۵})^{۲x-۱}=(\frac{۳}{۵})^{-۶}\Rightarrow ۲x-۱=-۶$$

$$\Rightarrow x=\frac{-۵}{۲}$$

$$۴^{۵y-۱}=\frac{۱}{۶۴}\Rightarrow ۴^{۵y-۱}=۶۴^{-۱}$$

$$\Rightarrow ۴^{۵y-۱}=۴^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۴^{۵y-۱}=۴^{-۳}\Rightarrow ۵y-۱=-۳$$

$$\Rightarrow y=-\frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow xy=(-\frac{۵}{۲})\times(-\frac{۲}{۵})=۱$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

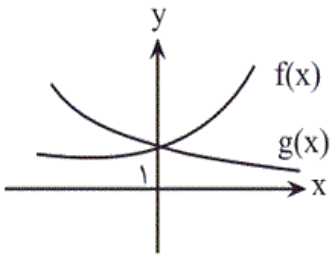
آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷۶- گزینهٔ «۳» (ابراهیم نیفی)

$$f(x)=\frac{(\frac{۵}{۴})^x}{۴^{-x}}=\frac{(\frac{۵}{۴})^x}{(\frac{۱}{۴})^x}=(\frac{\frac{۵}{۴}}{\frac{۱}{۴}})^x=۵^x$$

$$g(x)=\frac{(\frac{۲}{۷})^x}{۳^{-x}}=\frac{(\frac{۲}{۷})^x}{(\frac{۱}{۳})^x}=(\frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۱}{۳}})^x=(\frac{۶}{۷})^x$$



(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷۷- گزینهٔ «۲»

(نریمان فتح‌اللهی)

ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

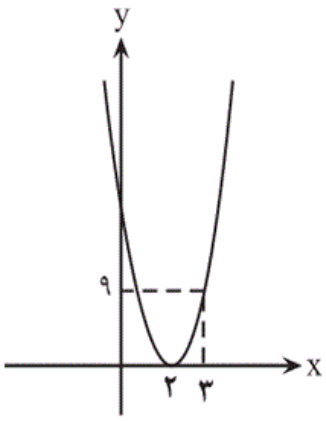
$$f(x)=۴^{\log_{۴-[x]}^{(۳x-۶)}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳x-۶>۰ \Rightarrow ۳x>۶ \Rightarrow x>۲ \\ ۴-[x]>۰ \Rightarrow [x]<۴ \Rightarrow x<۴ \\ ۴-[x]\neq ۱ \Rightarrow [x]\neq ۳ \Rightarrow x\notin [۳,۴) \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f : ۲<x<۳$$

حال تابع $f(x)$ را بازنویسی می‌کنیم:

$$۲<x<۳ \Rightarrow [x]=۲ \Rightarrow f(x)=۴^{\log_{۲}^{(۳x-۶)}}=(۳x-۶)^{\log_{۲}^{۴}}$$

$$\Rightarrow f(x)=(۳x-۶)^{۲}$$



$$۲<x<۳ \Rightarrow ۰<۳x-۶<۳ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۰<(۳x-۶)^{۲}<۹ \rightarrow ۰<f(x)<۹$$

بنابراین برد تابع $f(x)$ شامل ۴ عدد طبیعی زوج است.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۷۸- گزینهٔ «۴» (محمد پاک‌نژاد)

$$\log_{\frac{y}{\sqrt{y}}}^{(xy^{2})} = \log_{\sqrt{y}} x + \log_{\sqrt{y}} y^{2}$$

$$= \log_{y^{\frac{1}{2}}}^{x} + \log_{y^{\frac{1}{2}}}^{y^{2}}$$

$$= 2\log_y x + 4\log_y y = 2(\frac{3}{2}) + 4(1) = 7$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

۷۹- گزینهٔ «۱» (سعید پناهی)

طبق خواص لگاریتم داریم:

$$(a)^{\log_a^b} = b$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(4^x - 3) = 0 \begin{cases} 2^x - 5 = 0 \Rightarrow 2^x = 5 & x = \log_2^5 \\ 4^x - 3 = 0 \Rightarrow 4^x = 3 & x = \log_4^3 \end{cases}$$

$$S = \text{مجموع ریشه‌ها} = \log_4^3 + \log_2^5 = \log_{2^2}^3 + \log_2^5 = \frac{1}{2}\log_2^3 + \log_2^5$$

$$= \log_2^{\sqrt{3}} + \log_2^5 = \log_2^{5\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir

۸۰- گزینهٔ «۲» (حمید علیزاده)

$$f(x)=2^x-6(\sqrt{2}^x)-16=0\xrightarrow{\sqrt{2}^x=A}A^2-6A-16=0$$

$$\Rightarrow (A-8)(A+2)=0\Rightarrow\begin{cases}A=-2\Rightarrow(\sqrt{2})^x=-2\ \text{غق}\\ A=8\Rightarrow(\sqrt{2})^x=8\Rightarrow 2^{\frac{1}{2}x}=2^3\\ \Rightarrow\frac{1}{2}x=3\Rightarrow x=6\Rightarrow \begin{matrix}M(6,0)\\N(2,0)\end{matrix}\end{cases}\Rightarrow MN=4$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ اسفند | دبیر : ناصر قراچی

www.kanoon.ir