

ریاضی و آمار دوازدهم ، دنباله های حسابی - ۳ سوال - دبیر ناصر قراچی

۱- دنباله  $2x+1, 3x+5, 4x+9, \dots$  یک دنباله حسابی است. رابطه بازگشتی این دنباله کدام است؟

$$a_{n+1} - a_n = 2 \quad (2)$$

$$a_{n+1} = a_n - 1 \quad (1)$$

$$a_{n+1} - a_n = -2 \quad (4)$$

$$a_{n+1} = a_n \quad (3)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۲- اگر مجموع اختلاف مشترک جملات و جمله سوم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع سه جمله اول آن برابر ۳ باشد، جملات دنباله روی کدام خط

قرار می گیرند؟ (x معادل شماره جمله است).

$$2y - 4x + 6 = 0 \quad (2)$$

$$2y + 4x - 6 = 0 \quad (1)$$

$$-2y + 4x + 3 = 0 \quad (4)$$

$$-2y - 4x - 6 = 0 \quad (3)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۳- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه  $S_n = (2p-1)n^2 + qn^2 + pn + q + 1$  به دست می آید. مجموع ۵ جمله دوم این دنباله کدام است؟

$$-82/5 \quad (2)$$

$$-87/5 \quad (1)$$

$$-72/5 \quad (4)$$

$$-77/5 \quad (3)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

ریاضی و آمار دوازدهم ، دنباله ی هندسی - ۳ سوال - دبیر ناصر قراچی

۴- اگر عدد m، واسطه هندسی بین ریشه های معادله  $x^2 - 20x + 4m + 5 = 0$  باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای m کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۵- اگر مجموع  $n$  جمله اول دنباله هندسی به صورت  $S_n = 3(1 - 2^{-n})$  باشد، نسبت مشترک دنباله هندسی چند برابر جمله اول آن است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

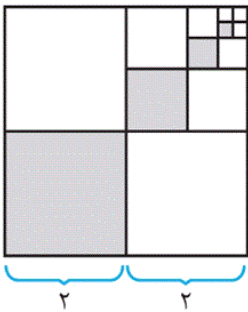
دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۷- مطابق شکل زیر، پس از تقسیم مربعی به ضلع چهار واحد به چهار مربع برابر، یکی از آن‌ها را رنگ می‌کنیم. از مربع‌های باقی‌مانده مربعی را که ضلع

مشترک با مربع رنگ‌آمیزی شده ندارد، انتخاب می‌کنیم و با تقسیم آن به چهار مربع برابر، مربع با رأس مشترک با مربع رنگ شده را رنگ‌آمیزی

می‌کنیم و همین روند را ادامه می‌دهیم. پس از پنج مرحله رنگ‌آمیزی مربع به روش بالا، چه مساحتی از مربع اولیه رنگ می‌شود؟



$\frac{341}{64}$  (۱)

$\frac{341}{32}$  (۲)

$\frac{513}{64}$  (۳)

$\frac{531}{32}$  (۴)

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

ریاضی و آمار دوازدهم ، ریشه نام و توان گویا - ۴ سوال - دبیر ناصر قراچی

۸- مجموع دو برابر ریشه سوم عدد  $-64$  و نصف کوچکترین ریشه دوم عدد  $\frac{3x+11}{2}$  ،  $6$  واحد کمتر از قرینه ریشه پنجم عدد  $1024$  است.  $x$  کدام

است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

دبیر : ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۹- در تساوی  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{81}{16}\right)^3$  مقدار  $x$  کدام است؟

$\frac{14}{3}$  (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

$\frac{11}{3}$  (۱)

۱۰- اگر  $(\frac{2}{5})^{-4x-2y+1} = (\frac{4}{25})^{2/5-0/75y}$  و  $(\frac{1}{27})^{2x+\frac{2y}{3}} = (81)^{2x+5}$  باشد، حاصل  $xy$  کدام است؟

-۶ (۴)

۶ (۳)

-۸ (۲)

۸ (۱)

۶- حاصل عبارت  $(\frac{3}{5})^2 \times (1\frac{2}{3})^4 \times (\frac{5}{6})^4$  کدام است؟

 $\frac{3}{5}$  (۴) $\frac{5}{3}$  (۳) $\frac{25}{9}$  (۲) $\frac{9}{25}$  (۱)

۱- گزینه «۱»

(سعید عزیزقانی)

سه جمله اول دنباله حسابی داده شده است. جمله  $3x+5$  واسطه حسابی میان دو جمله دیگر است، بنابراین:

$$2(3x+5) = 2x+1+3x+4 \Rightarrow 6x+10 = 5x+5 \Rightarrow x = -5$$

با داشتن  $x = -5$  می توان جملات دنباله را به صورت زیر نوشت و اختلاف مشترک را محاسبه کرد:

$$-9, -10, -11, \dots \Rightarrow d = -10 - (-9) = -1$$

الگوی رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت زیر است:

$$a_{n+1} = a_n + d \xrightarrow{d=-1} a_{n+1} = a_n - 1$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه های ۶۲ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

$$(1) \quad d + (a_1 + 2d) = 5 \Rightarrow \text{جمله سوم} + \text{اختلاف مشترک جملات}$$

$$3 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3 \Rightarrow \text{مجموع سه جمله اول}$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = 3 \quad (2) \xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} a_1 = -1 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\underline{a_n = a_1 + (n-1)d} \rightarrow a_n = -1 + (n-1) \times 2 \Rightarrow a_n = 2n - 3$$

یعنی معادله خطی که نقاط این دنباله بر روی آن واقع اند، باید به صورت

$$y = 2x - 3 \text{ باشد:}$$

$$\text{گزینه «۲»: } 2y - 4x + 6 = 0 \Rightarrow 2y = 4x - 6 \Rightarrow y = 2x - 3$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۲ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

(مهدی ابراهیم توزنده جانی)

می‌دانیم زمانی  $S_n = (2p-1)n^3 + qn^2 + pn + q + 1$  می‌تواند

مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی باشد که جمله درجه سوم و جمله

مستقل از  $n$  نداشته باشد. بنابراین:

$$2p - 1 = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2}, q + 1 = 0 \Rightarrow q = -1 \Rightarrow S_n = -n^2 + \frac{n}{2}$$

$$\text{مجموع ۵ جمله دوم} = S_{10} - S_5 = (-100 + 5) - (-25 + \frac{5}{2})$$

$$= -72.5$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۴- گزینه «۴»

(آروین حسینی)

اگر  $b$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $c$  باشد، آنگاه  $b^2 = a \cdot c$  است. اگر ریشه‌های معادله درجه دوم را  $\alpha$  و  $\beta$  فرض کنیم و  $m$  واسطه هندسی بین آنها باشد، آنگاه داریم:

$$m^2 = \alpha \cdot \beta \xrightarrow{\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 4m + 5} m^2 = 4m + 5$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

حال اختلاف مقادیر  $m$  را به دست می‌آوریم:

$$|5 - (-1)| = |6| = 6$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرقطبی، صفحه ۱۳)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۵- گزینه «۱»

(احمد رضا ذاکر زاده)

$$S_n = 3(1 - 2^{-n}) \Rightarrow \begin{cases} S_1 = a_1 = \frac{3}{2} \\ S_2 = a_1 + a_2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} + a_2 = \frac{9}{4} \\ \Rightarrow a_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r}{a_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرقطبی، صفحه‌های ۷۴ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

طول ضلع و مساحت مربع‌ها در هر مرحله در جدول زیر نشان داده شده است:

مرحله	۱	۲	۳	...	n
طول ضلع مربع رنگ شده	۲	۱	$\frac{1}{2}$	...	$2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
مساحت مربع رنگ شده	۴	۱	$\frac{1}{4}$	...	$4\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

مطابق جدول فوق، اعداد مربوط به مساحت مربع‌های رنگ شده تشکیل یک دنباله هندسی با جمله اول ۴ و نسبت مشترک  $\frac{1}{4}$  را می‌دهند. برای محاسبه مجموع مساحت‌های رنگ شده تا مرحله پنجم باید  $S_5$  را حساب کنیم:

$$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow S_5 = \frac{4 \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow S_5 = \frac{16}{3} \left(1 - \frac{1}{1024}\right) = \frac{341}{64}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

۸- گزینه «۱»

(امیر محمودیان)

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$

ریشه سوم عدد -۶۴:

$$\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = \sqrt[5]{4^5} = 4$$

ریشه پنجم عدد ۱۰۲۴:

اگر کوچکترین ریشه دوم عدد  $\frac{3x+11}{2}$  را  $m$  در نظر بگیریم، داریم:

$$2 \times (-4) + \frac{m}{2} = -4 - 6 \Rightarrow -8 + \frac{m}{2} = -10 \Rightarrow \frac{m}{2} = -2 \Rightarrow m = -4$$

یعنی کوچکترین ریشه دوم عدد  $\frac{3x+11}{2}$  برابر با -۴ است. پس  $\frac{3x+11}{2}$

برابر با  $(-4)^2$  یعنی ۱۶ است:

$$\frac{3x+11}{2} = 16 \Rightarrow 3x+11 = 32 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند

۹- گزینه «۴»

(مهم بصیرایی)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^4\right)^3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{4x-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\Rightarrow 3x-2 = 12 \Rightarrow 3x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{3}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

دبیر: ناصر قراچی

آزمون ۱۸ اسفند



$$\left(\frac{4}{25}\right)^{2/5 - 5/75} y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-4x - 2y + 1}$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)^{\frac{5-2}{5}y} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4x - 2y + 1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{5 - \frac{2}{5}y} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^{-4x - 2y + 1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{5 - \frac{2}{5}y} = \left(\frac{2}{5}\right)^{4x + 2y - 1} \Rightarrow 5 - \frac{2}{5}y = 4x + 2y - 1$$

$$\xrightarrow{\times 2} 10 - 2y = 8x + 4y - 2 \Rightarrow 8x + 7y = 12$$

از معادله دیگر داریم:

$$(1) \quad 2^{2x+5} = \left(\frac{1}{27}\right)^{2x + \frac{2y}{3}} \Rightarrow (2^4)^{2x+5} = (2^{-3})^{2x + \frac{2y}{3}}$$

$$3^{8x+20} = 3^{-6x-2y} \Rightarrow 8x+20 = -6x-2y$$

$$\Rightarrow 14x + 2y = -20$$

حال دستگاه زیر را حل می‌کنیم:

$$14x + 2y = -20 \xrightarrow{\div 2} 7x + y = -10 \xrightarrow{\times (-7)} -49x - 7y = 70$$

$$\begin{cases} -49x - 7y = 70 \\ 8x + 7y = 12 \end{cases}$$

$$-41x = 82 \Rightarrow x = -2$$

$$7x + y = -10 \xrightarrow{x=-2} 7 \times (-2) + y = -10 \Rightarrow -14 + y = -10$$

$$y = 4$$

$$xy \text{ حاصل: } xy = -2 \times 4 = -8$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرقطبی، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۴)

## ۶- گزینه «۳»

(مهمر بصیرایی)

$$0/6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت } \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right)^7 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^{4-7+2} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرفقطی، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱