

ریاضی نهم، عبارت های جبری و مفهوم اتحاد - سوال ۵ -

۶۲- حاصل عبارت $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ کدام است؟

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ۴ (۲) | $2\sqrt{3}$ (۱) |
| $3\sqrt{2}$ (۴) | $2\sqrt{3}$ (۳) |

آزمون ۱۸ اسفند

۶۳- حاصل جمع ارقام عدد 9999^2 کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۷۹ (۲) | ۳۶ (۱) |
| ۷۵ (۴) | ۹۷ (۳) |

آزمون ۱۸ اسفند

۶۵- اگر $49^x + 49^{-x} = 7$ باشد، آن گاه مقدار عددی $7^x + 7^{-x}$ کدام است؟

- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

آزمون ۱۸ اسفند

۷۱- اگر $a + 2b = 3$ باشد، حاصل $a(a+2) + 4b(b+1) + 4ab$ ، کدام است؟

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۱۸ (۴) | ۱۷ (۳) | ۱۶ (۲) | ۱۵ (۱) |
|--------|--------|--------|--------|

آزمون ۱۸ اسفند

۷۲- حاصل $(\frac{40}{10001})^2 - (\frac{39}{9999})^2$ برابر است با:

- | | | | |
|--------------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| $\frac{0}{16}$ (۴) | $\frac{0}{16}$ (۳) | $\frac{0}{0016}$ (۲) | $\frac{0}{000016}$ (۱) |
|--------------------|--------------------|----------------------|------------------------|

آزمون ۱۸ اسفند

ریاضی نهم، چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها - سوال ۴ -

۶۷- اگر $x^2 - 2x = A$ باشد، حاصل عبارت $x(x-2)(x+1)(x-2)$ بر حسب A کدام است؟

(۲) $A(A-1)$

(۱) $A(A+1)$

(۴) $A(A-3)$

(۳) $A(A+3)$

آزمون ۱۸ اسفند

۶۸- کدام یک از عبارتهای زیر در تجزیه شده عبارت $6 + (x^2 - 1) - 5(x^2 - 1)$ وجود ندارد؟

(۲) $x + 2$

(۱) $x - 2$

(۴) $x + \sqrt{3}$

(۳) $x - 3$

آزمون ۱۸ اسفند

۶۹- تجزیه شده عبارت $x^2 - y^2 - 2x - 6y - 8$ کدام است؟

(۲) $(x - y + 2)(x - y - 4)$

(۱) $(x - y + 2)(x + y - 4)$

(۴) $(x + y + 2)(x - y + 4)$

(۳) $(x + y + 2)(x - y - 4)$

آزمون ۱۸ اسفند

۶۱- در عبارت $4a^2 + b^2 - 16a - 6b + 25 = 0$ مقدار $a + b$ کدام است؟ «نگاه به گذشته»

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۳

(۳) ۴

آزمون ۱۸ اسفند

ریاضی نهم، نابرابری ها و نامعادله ها - ۵ سوال -

۶۶- هیچ عدد حقیقی مثبتی در نامعادله $\frac{x+m}{4} - m > x+1$ صدق نمی کند. مقدار m کدام گزینه می تواند باشد؟

(۲) $-\frac{7}{4}$

(۱) -۳

(۴) $-\frac{3}{5}$

(۳) -۲

آزمون ۱۸ اسفند

۶۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ $(a, b, c \in \mathbb{R})$

(۲) اگر $0 < \frac{a}{b} < 1$ آنگاه همواره $\frac{a+1}{b+1} > 1$

(۱) اگر $\frac{a^2}{bc} > 0$ آنگاه $\frac{b}{c} < 0$

(۴) اگر $0 < a < b$ آنگاه $ab < ab^2$

(۳) اگر $1 \leq \frac{|a|}{|b|}$ آنگاه همواره $a^3 \geq b^3$

آزمون ۱۸ اسفند

۷۳- کدام گزینه درست است؟

(۲) اگر $0 < a < 1$ آنگاه $a^y < a^x$

(۱) اگر $0 < a < 1$ آنگاه $a^x < a^y$

(۴) هر سه مورد

(۳) اگر $1 < a$ آنگاه $a^x < a^y$

آزمون ۱۸ اسفند

۷۵- چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{1}{4} < \frac{4}{x-1} < \frac{1}{2}$ صدق می‌کند؟

(۴) ۷

(۳) ۸

(۲) ۹

(۱) ۱۰

آزمون ۱۸ اسفند

۷۶- نامعادله مربوط به محور مقابل کدام است؟



(۲) $-5 \leq 3x + 1 < 10$

(۱) $-2 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z}$

(۴) $-5 \leq 3x - 1 < 8$

(۳) $-7 \leq 3x + 1 < 10$

آزمون ۱۸ اسفند

ریاضی نهم ، معادله خط - ۶ سوال -

۷۷- خط $y = ax + b$ از مبدأ مختصات و نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ عبور می‌کند. این خط از کدام یک از نقاط زیر نیز عبور می‌کند؟

(۴) $\begin{bmatrix} 7 \\ -15 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -4 \\ 10 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$

آزمون ۱۸ اسفند

۷۸- از تقاطع چهار خط به معادله‌های زیر، چند مثلث ایجاد می‌شود؟

$$y = 1401x + 3$$

$$y = -2022x - 3$$

$$y = 3x - 1401$$

$$y = 3x + 2022$$

۲ (۲)

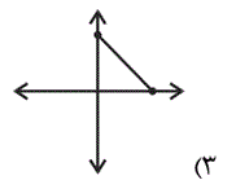
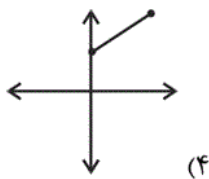
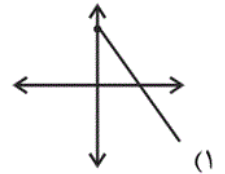
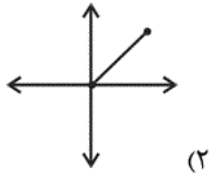
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

آزمون ۱۸ اسفند

۷۹- نمودار سوختن یکنواخت یک شمع، کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



آزمون ۱۸ اسفند

۸۰- کدام یک از معادله‌های خطی زیر را نمی‌توان به صورت $y = ax + b$ نوشت؟

$$x = 2 \quad (۲)$$

$$x = 2y + 5 \quad (۱)$$

$$\sqrt{2}x - 3y - \sqrt{7} = 0 \quad (۴)$$

$$y = 3 \quad (۳)$$

آزمون ۱۸ اسفند

۷۴- خط به معادله $y = -5x + 2$ از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

آزمون ۱۸ اسفند

۷۰- اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} 6-3m \\ -\frac{m}{2}+1 \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه چهارم باشد، m چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱ (۲)

صفر (۱)

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

۶۲- گزینه «۲»

(مرجان جهانبانی‌فر)

با استفاده از تجزیه عبارات رادیکالی به کمک اتحاد مربع کامل داریم:

$$\sqrt{4+3-4\sqrt{3}} + \sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$$

$$= |2-\sqrt{3}| + |2+\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3} + 2+\sqrt{3} = 4$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

۶۳- گزینه «۱»

(مرجان جهانبانی‌فر)

با استفاده از اتحاد مربع کامل داریم:

$$(100000-1)^2 = 100000^2 + 1 - 200000$$

$$= 10000000000 - 199999 = 999800001$$

$$\xrightarrow{\text{حاصل جمع}} 9+9+9+8+1 = 36$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

۶۴- گزینه «۳»

(عاصف ممب)

$$(7^x + 7^{-x})^2 = (7^x)^2 + (7^{-x})^2 + 2(7^x)(7^{-x})$$

$$= \underbrace{49^x + 49^{-x}}_7 + 2 = 7 + 2 = 9$$

با توجه به این که ۷ به هر توانی برسد مثبت است، پس:

$$7^x + 7^{-x} = 3$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۸۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

$$a(a+2) + 4b(b+1) + 4ab = a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 + 2a + 4b$$

$$= (a+2b)^2 + 2(a+2b) \xrightarrow{a+2b=3} 3^2 + 2(3) = 9 + 6 = 15$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۸ اسفند

برای محاسبه عبارت مطرح شده از اتحاد مربع دو جمله‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40/0001 = 40 + 0/0001 \\ 39/9999 = 40 - 0/0001 \\ c = 0/0001 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (40/0001)^2 - (39/9999)^2 = (40+c)^2 - (40-c)^2$$

$$= 40^2 + c^2 + 2(40)c - [40^2 + c^2 - 2(40)c]$$

$$= 2 \times 2(40)c = 160c = 160 \times 0/0001 = 0/016$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

از آنجا که $x^2 - 2x = A$ با تجزیه عبارت (فاکتورگیری) داریم:

$$A = x^2 - 2x = x(x-2)$$

حال در عبارت داده شده داریم:

$$x(x-3)(x+1)(x-2) = A(x-3)(x+1)$$

$$A(x^2 - 2x - 3) = A(A-3)$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

عبارت داده شده به فرم اتحاد یک جمله‌ای مشترک می‌باشد که در آن

جمله مشترک عبارت $(x^2 - 1)$ می‌باشد. پس با تجزیه آن داریم:

$$(x^2 - 1)^2 - 5(x^2 - 1) + 6 = (x^2 - 1 - 2)(x^2 - 1 - 3)$$

$$= (x^2 - 3)(x^2 - 4) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x - 2)(x + 2)$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

(آرش دانشفر)

$$x^2 - y^2 - 2x - 6y - 8 = x^2 - 2x + 1 - y^2 - 6y - 9$$

$$= x^2 - 2x + 1 - (y^2 + 6y + 9) = \underbrace{(x-1)^2 - (y+3)^2}_{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= [(x-1) + (y+3)][(x-1) - (y+3)] = (x+y+2)(x-y-4)$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۸۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

(سهام مجیدی پور)

با دسته‌بندی مناسب عبارات و تجزیه آن‌ها داریم:

$$4a^2 + b^2 - 16a - 6b + \frac{25}{16+9} = 0$$

$$(4a^2 - 16a + 16) + (b^2 - 6b + 9) = 0$$

$$\Rightarrow (2a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 0$$

از آنجا که جمع دو عبارت نامنفی برابر صفر شده است، پس هر دو باید صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۸ اسفند

$$\frac{x+m}{4} - m > x+1 \Rightarrow x+m-4m > 4x+4$$

$$\Rightarrow 3x < -3m-4 \Rightarrow x < -\frac{3m+4}{3}$$

چون هیچ عدد حقیقی مثبت صدق نمی کند.

$$-\frac{4+3m}{3} \leq 0 \Rightarrow \frac{4+3m}{3} \geq 0 \Rightarrow 4+3m \geq 0$$

$$\Rightarrow 3m \geq -4 \Rightarrow m \geq \frac{-4}{3}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

با توجه به بحث درس سوم فصل پنجم کتاب درباره معادله و خواص آن گزینه‌ها را بررسی می کنیم.

گزینه «۱»: می دانیم همواره $a^2 \geq 0$. بنابراین برای آن که حاصل کسر مثبت باشد باید مخرج نیز مثبت شود یعنی $bc > 0$ آنگاه باید b و c

هر دو هم علامت باشند، لذا $\frac{b}{c} > 0$.

گزینه «۲»: برای رد این گزینه می توان $a=1$ و $b=2$ در نظر گرفت

و $0 < \frac{1}{2} < 1$ اما $\frac{a+1}{b+1} = \frac{2}{3}$ از یک کوچکتر است.

گزینه «۳»: اگر $\frac{|a|}{|b|} \geq 1$ یعنی $|a| \geq |b|$ می تواند مقدار a منفی

باشد، بنابراین توان سوم آن منفی است، لذا همواره نمی توان گفت

$$.a^3 \geq b^3$$

گزینه «۴»: از آنجا که b یک عدد منفی است، لذا توان زوج آن مثبت

بوده و همواره $ab < ab^2$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

(کتاب آبی)

درست $0 < a < 1 \Rightarrow a^x < a^y$: گزینه «۱»نادرست $0 < a < 1 \Rightarrow a^y < a^x$: گزینه «۲»نادرست $1 < a \Rightarrow a^x < a^y$: گزینه «۳»

نکته: اعدادی که بین صفر و یک باشند هر چقدر توان کم‌تری داشته باشند بزرگ‌ترند.

(عبارت‌های جبری، صفحه ۹۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۸ اسفند

(کتاب آبی)

نکته: اگر طرفین یک نامعادله را معکوس کنیم، به شرط آنکه هر دو طرف هم‌علامت باشند، جهت نامساوی عوض می‌شود. ابتدا سه طرف نامعادله را معکوس می‌کنیم.

$$\frac{1}{4} < \frac{4}{x-1} < \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} 2 < \frac{x-1}{4} < 4$$

$$\xrightarrow{\times 4} 8 < x-1 < 16 \xrightarrow{+1} 9 < x < 17$$

مجموعه اعداد صحیح بین ۹ و ۱۷ عبارتند از:

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 16\} \Rightarrow n(A) = 7$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۹۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ اسفند

(کتاب آبی)

$$-5 \leq 3x + 1 < 10 \xrightarrow{+(-1)}$$

$$-6 \leq 3x < 9 \xrightarrow{\div(3)} -2 \leq x < 3$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۸ اسفند

چون خط از مبدأ مختصات می‌گذرد بنابراین معادله خط آن به شکل

$$y = ax \text{ در می‌آید:} \quad -5 = 2a \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

پس معادله خط $y = -\frac{5}{2}x$ است که از نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 10 \end{bmatrix}$ نیز می‌گذرد.

(خط و معادله‌های قطبی، صفحه ۹۹)

۴

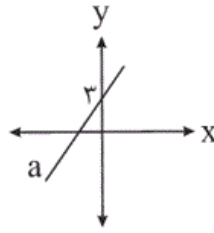
۳

۲ ✓

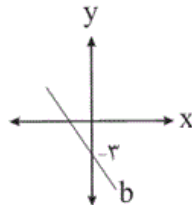
۱

آزمون ۱۸ اسفند

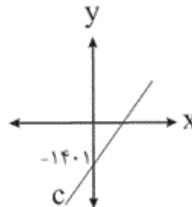
خط $a: y = 1401x + 3$ دارای عرض از مبدأ ۳ بوده و شیب آن مثبت می‌باشد. در نتیجه از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.



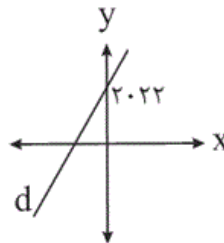
خط $b: y = -2022x - 3$ دارای عرض از مبدأ -۳ بوده و شیب آن منفی است. در نتیجه از ناحیه اول عبور نمی‌کند.



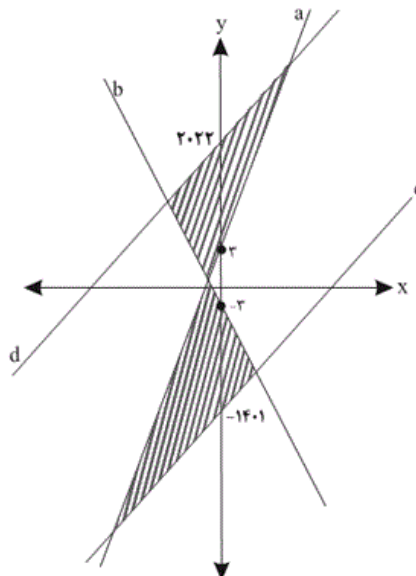
خط $c: y = 3x - 1401$ دارای عرض از مبدأ -۱۴۰۱ بوده و شیب آن مثبت است. در نتیجه از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.



خط $d: y = 3x + 2022$ دارای عرض از مبدأ ۲۰۲۲ بوده و شیب آن مثبت بوده و با خط c موازی است و از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.



بنابراین شکل تقریبی آن به صورت زیر است:



(قطر و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

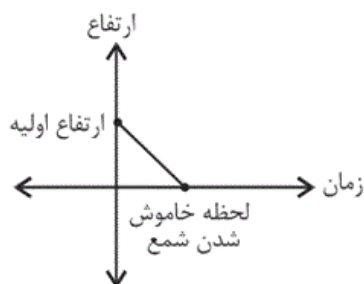
۴

۳

۲ ✓

۱

نکته: یک شمع دارای ارتفاع اولیه (به غیر از صفر) می باشد که وقتی روشن می شود با گذشت زمان ارتفاع آن به صورت یکواخت کوتاه می شود تا کاملاً شمع سوخته و از بین برود (ارتفاع شمع صفر شود). در نتیجه نمودار آن به صورت زیر می شود.



(فقط و معادله های قطعی، صفحه ۱۰۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۸ اسفند

هر یک از گزینه ها را به صورت $y = ax + b$ درمی آوریم.

گزینه «۱»:

$$x = 2y + 5 \Rightarrow x - 5 = 2y \xrightarrow{\div 2} y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

گزینه «۲»: نمی توان نوشت (y ندارد)

گزینه «۳»:

$$y = 3 \Rightarrow y = 0x + 3$$

گزینه «۴»:

$$\sqrt{2}x - 3y - \sqrt{7} = 0 \Rightarrow \sqrt{2}x - \sqrt{7} = 3y$$

$$\xrightarrow{\div 3} y = \frac{\sqrt{2}}{3}x - \frac{\sqrt{7}}{3}$$

(فقط و معادله های قطعی، صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۸ اسفند

نکته: نقطه وقتی روی یک خط قرار دارد که اگر در معادله خط قرار دهیم، تساوی برقرار باشد.

$$y = -5x + 2$$

$$\text{گزینه «۱»} \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \rightarrow 3 = -5 \times 1 + 2 \Rightarrow 3 \neq -3$$

خط از نقطه عبور نمی‌کند.

$$\text{گزینه «۲»} \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases} \rightarrow 8 = -5 \times 2 + 2 \Rightarrow 8 \neq -8$$

خط از نقطه عبور نمی‌کند.

$$\text{گزینه «۳»} \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases} \rightarrow -3 = -5 \times -1 + 2 \Rightarrow -3 \neq 7$$

خط از نقطه عبور نمی‌کند.

$$\text{گزینه «۴»} \begin{cases} x=-1 \\ y=7 \end{cases} \rightarrow 7 = -5 \times -1 + 2 \Rightarrow 7 = 7$$

خط از نقطه عبور می‌کند (نقطه روی خط قرار دارد)

(فص و معادله‌های فطی، صفحه ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۸ اسفند

(بهمن امیدی)

$$A \in \text{ناحیه چهارم} \Rightarrow x > 0, y < 0$$

$$\text{طول} \quad 6 - 3m > 0 \Rightarrow 3m < 6 \Rightarrow m < 2 \quad (1)$$

$$\text{عرض} \quad -\frac{m}{2} + 1 < 0 \Rightarrow -\frac{m}{2} < -1 \Rightarrow m > 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m \in \emptyset$$

(فص و معادله‌های فطی، صفحه ۹۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۸ اسفند